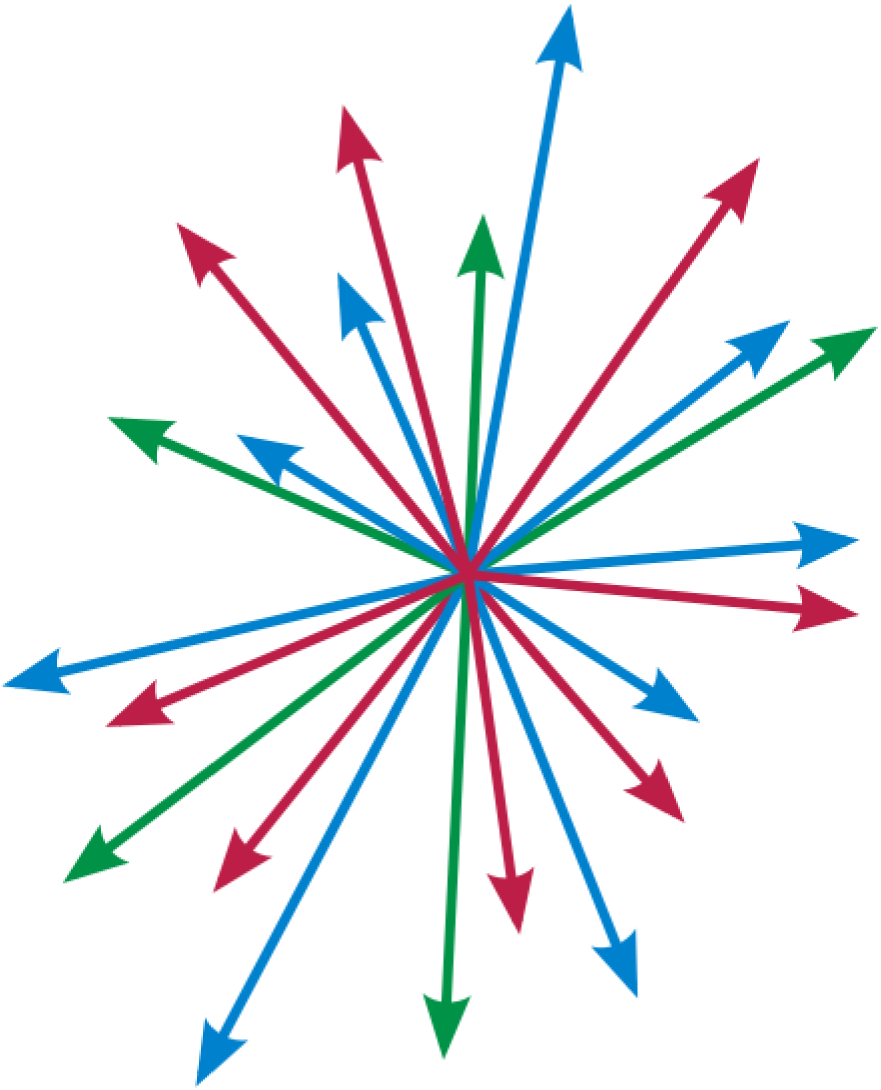
ELEMENTOS DE CÁLCULO VECTORIAL



SUMARIO:

1.- MAGNITUDES VECTORIALES

En general, las magnitudes físicas se pueden clasifican en **escalares** y **vectoriales**, según los datos que se precisen para definirlas y para medirlas.

Magnitudes escalares: Muchas cantidades físicas quedan completamente definidas cuando para su medida se les asigna un número real que expresa su intensidad respecto de alguna unidad conveniente, de su misma naturaleza, con la que se las compara. Se denominan magnitudes escalares.

Ej.: longitud de una varilla, d = 2'35 metros; duración de una canción, t = 3'28 minutos.

Magnitudes vectoriales: Otras cantidades físicas requieren para su determinación dar:

+ un número real que exprese su comparación con una unidad adoptada (como en las magnitudes escalares). Se le denomina *módulo* o *intensidad* de la magnitud vectorial. Ej.: la velocidad de una moto es 108 km/h

+ datos que especifiquen su *dirección* y *sentido*. Ej.: la velocidad de la moto anterior está dirigida de norte a sur (dirección), hacia el sur (sentido).

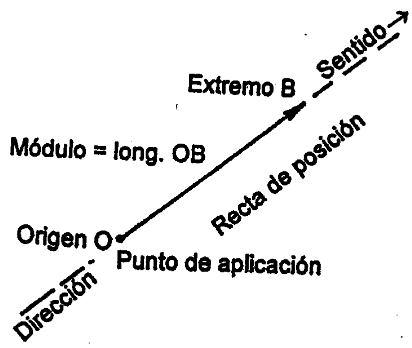
En el estudio de las *magnitudes escalares*, el físico hace uso del formalismo matemático que le proporciona el *Álgebra de los números reales*.

En cambio, para el estudio de las *magnitudes vectoriales* acude al *Álgebra vectorial*, ciencia que toma como elemento básico el **vector**, ente matemático que consta de módulo o intensidad, dirección y sentido (como veremos). La Física aprovecha esta Álgebra para representar y operar con las diversas magnitudes vectoriales: fuerzas, velocidades, aceleraciones, ...

2.- VECTORES: DEFINICIONES

Vector: es un *segmento orientado*. Por tanto, consta al menos de un *módulo* o intensidad (longitud del segmento), de una *dirección* y de un *sentido*. Se expresa mediante una o varias letras, superponiéndoles una flechita, o escribiéndolas en *negrita*:

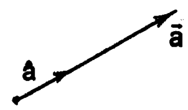
$\vec{a}$ **a** $\overrightarrow{OB}$



Su módulo se expresa así:

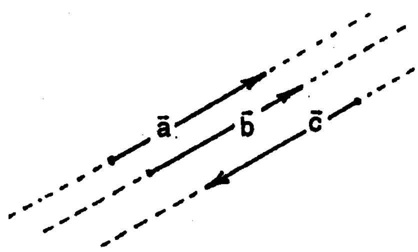
a $|\vec{a}|$ $|\mathbf{a}|$ OB Mod($\vec{a}$)

Vectores iguales: $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son iguales sii tienen igual módulo, dirección y sentido. Se expresa así: $\vec{a} = \vec{b}$
(sii quiere decir "si y sólo si").



Vectores opuestos: $\vec{a}$ y $\vec{c}$ son opuestos sii tienen igual módulo y dirección, pero son de sentido contrario.

Versor o **vector unitario**, o vector unidad: es aquél cuyo módulo es 1. Se expresa de diferentes formas; por ejemplo, el vector unitario en la dirección y sentido del vector $\vec{a}$ puede escribirse: $\vec{u}_a$, o bien $\hat{a}$.



Por definición pues se tendrá: $|\vec{u}_a| = |\hat{a}| = 1$

Vector nulo, $\vec{0}$. El vector $\vec{0}$ es nulo sii $|\vec{0}| = 0$

3.- CLASES DE VECTORES

Los vectores pueden ser:

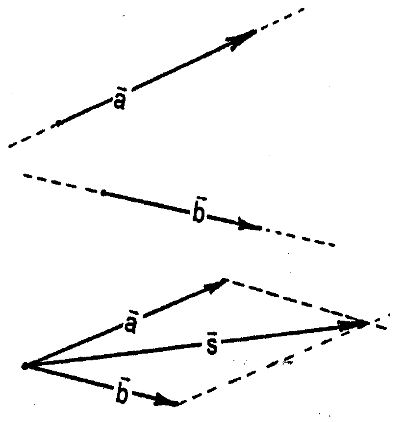
- **libres**: Para definirlos bastan los tres elementos anteriormente citados: *módulo*, *dirección* y *sentido*. Su punto de aplicación se sitúa en cualquier punto del espacio. Por tanto, un vector libre no varía cuando se traslada en el espacio paralelamente a sí mismo.

- **deslizantes** o **cursores**: el vector requiere para su definición, además de determinar su *módulo*, *dirección* y *sentido*, su *recta de posición*. Por tanto, un cursor puede deslizarse por su recta de posición; pero no puede salir de ella, pues resultaría otro vector diferente.

- **fijos** o **ligados** a un punto: tienen su *punto de aplicación* definido. Por consiguiente, no pueden ser desplazados de su posición en el espacio.

Dos vectores cualesquiera (libres, cursores o fijos) que tienen igual módulo, dirección y sentido se denominan **equipolentes**.

4.- ADICIÓN DE VECTORES



Def.: Dados $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se define su **suma** $\vec{s}$, y se expresa $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, como un vector establecido así:

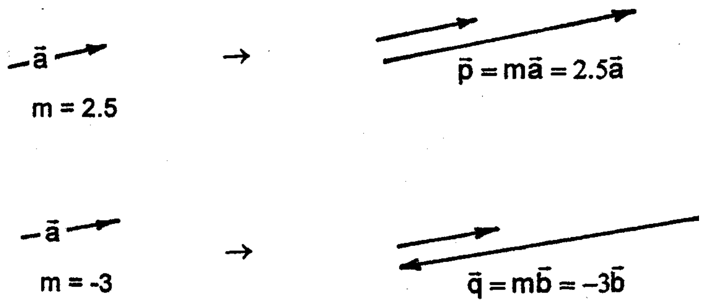
+ se llevan $\vec{a}$ y $\vec{b}$ a coincidir sus orígenes.
+ se construye el paralelogramo que determinan.
+ el vector diagonal, de origen común, es el vector suma $\vec{s}$.

5.- MULTIPLICACIÓN POR UN Nº REAL

Def.: Dado el vector $\vec{a}$ y el nº real m, se define el **producto** de $\vec{a}$ por m, y lo expresamos $\vec{p} = m\,\vec{a}$, como un vector establecido así:

+ su módulo es $p = |m|\, a$
+ su dirección es la del vector $\vec{a}$
+ su sentido es el de $\vec{a}$ si $m > 0$, u opuesto al de $\vec{a}$ si $m < 0$

Ejemplo: véase la figura adjunta



6.- PROPIEDADES

Dados los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$, y los números reales m y n, se verifican las propiedades:

a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ b) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

c) $m\vec{a} = \vec{a}m$ d) $m(n\vec{a}) = (mn)\vec{a}$

e) $(m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$ f) $m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$

7.- CONSECUENCIAS:

i) **<u>Vector opuesto</u>**: Dado $\vec{a}$, el vector $-\vec{a}$ es el anteriormente definido como vector opuesto al $\vec{a}$. En efecto,

$$-\vec{a} = (-1)\,\vec{a}$$

ii) **<u>Resta</u>** de dos vectores: la **<u>diferencia</u>** $\vec{d}$ de dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, es el vector **suma** de $\vec{a}$ más el opuesto al $\vec{b}$:

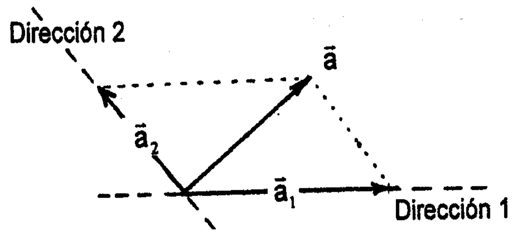
$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

iii) Todo vector $\vec{a}$ puede expresarse como producto de su módulo "a" por el versor $\hat{a}$ que indica su dirección y sentido:

$$\vec{a} = a\,\hat{a}$$

iv) **<u>Descomposición</u>** de un vector en dos direcciones coplanarias con él. Dados el vector $\vec{a}$ y las dos direcciones, 1 y 2, que forman un plano con él (coplanarias), se trata de encontrar dos vectores $\vec{a}_1$ y $\vec{a}_2$, situados respectivamente en las direcciones dadas, tales que

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$$



A estos vectores se les denomina "componentes" de $\vec{a}$ según dichas direcciones.

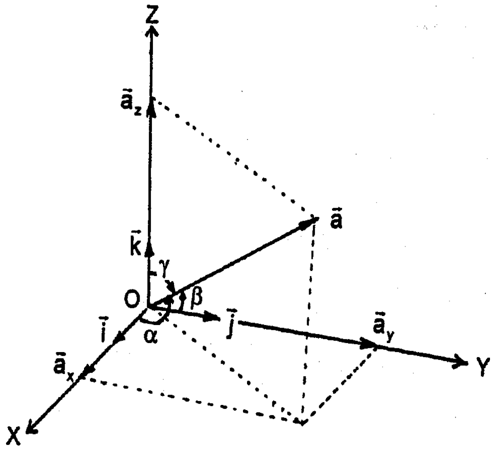
8.- VECTORES EN EL ESPACIO TRIDIMENSIONAL: COMPONENTES CARTESIANAS

A) **<u>Componentes cartesianas</u>:**

Sea el referencial cartesiano OXYZ, en el espacio tridimensional. Elijamos tres versores según los sentidos positivos de los tres ejes coordenados: $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$.

Todo vector libre $\vec{a}$ se puede descomponer así:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$



Puesto que $\vec{a}_x = a_x\hat{i}$, $\vec{a}_y = a_y\hat{j}$, $\vec{a}_z = a_z\hat{k}$ la anterior expresión puede escribirse:

$$\boxed{\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}}$$

o formalmente también así: $\boxed{\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)}$

a_x, a_y y a_z se denominan *componentes cartesianas* del vector $\vec{a}$; son números reales, positivos o negativos. Por aplicación del teorema de Pitágoras se puede ver fácilmente que el módulo del vector $\vec{a}$ y sus tres componentes verifican:

$$\boxed{a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \text{o bien} \quad \boxed{a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \qquad (1)$$

Ej.: El módulo del vector $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} = (-2, 3, 0)$ es $a = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

B) **Suma** y **producto por un nº real:**

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j} + (a_z + b_z)\hat{k}$$

$$m\,\vec{a} = m\,a_x\hat{i} + m\,a_y\hat{j} + m\,a_z\hat{k}$$

*- Cada componente del vector **suma** es la suma de las componentes correspondientes de dichos vectores.*

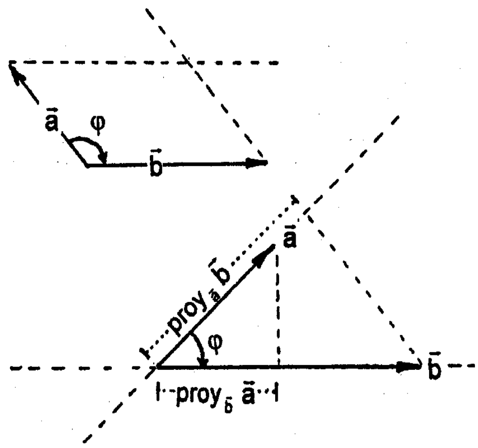
*- Cada componente del vector **producto por un nº real** es el producto del nº real por la correspondiente componente del vector.*

Ej.: $\vec{a} = (0, -2, 1)$ $\vec{b} = (3, -3, -1)$ $m = -2$ $\Rightarrow$ $\vec{a} + \vec{b} = (3, -5, 0)$ $m\vec{a} = (0, 4, -2)$

9.- PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Def.: Dados dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, su **producto escalar** se define por el *nº real* que se obtiene multiplicando sus módulos por el coseno del ángulo que forman. Se expresa así:

$$\boxed{\vec{a}\,.\,\vec{b} = a\,.\,b\,.\cos\varphi} \qquad (2)$$



El producto escalar verifica las siguientes propiedades:

i) $\vec{a}\,.\,\vec{b} = \vec{b}\,.\,\vec{a}$ pues $\cos(-\varphi) = \cos\varphi$

ii) $\vec{a}\,.(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\,.\,\vec{b} + \vec{a}\,.\,\vec{c}$

iii) $\vec{a}\,.\,\vec{b} = a\,.\,\text{proy}_{\vec{a}}\,\vec{b} = b.\,\text{proy}_{\vec{b}}\,\vec{a}$

ya que $\text{proy}_{\vec{a}}\,\vec{b} = b.\cos\varphi$ y $\text{proy}_{\vec{b}}\,\vec{a} = a.\cos\varphi$

Así pues, *el producto escalar de dos vectores es igual al producto del módulo de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.*

iv) En coordenadas cartesianas:

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}).(b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}) = a_xb_x\,\hat{i}.\hat{i} + a_xb_y\,\hat{i}.\hat{j} + a_xb_z\,\hat{i}.\hat{k}$$
$$+ a_yb_x\,\hat{j}.\hat{i} + a_yb_y\,\hat{j}.\hat{j} + a_yb_z\,\hat{j}.\hat{k} + a_zb_x\,\hat{k}.\hat{i} + a_zb_y\,\hat{k}.\hat{j} + a_zb_z\,\hat{k}.\hat{k}$$

Puesto que $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$ y $\hat{i}.\hat{j} = \hat{i}.\hat{k} = \hat{j}.\hat{k} = 0$, resulta:

$$\boxed{\vec{a}\,.\,\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_zb_z} \qquad (3)$$

v) Ángulo determinado por dos vectores. De la definición de producto escalar se deduce que:

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{a.b} = \frac{a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}} \qquad (4)$$

vi) Condición de perpendicularidad de dos vectores: Dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, son perpendiculares sii su producto escalar es nulo.

$$\vec{a} \perp \vec{b} \quad \text{sii} \quad \vec{a}\,.\,\vec{b} = 0$$

En función de las componentes de los vectores:

$$\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \quad \text{sii} \quad a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0} \qquad (5)$$

Ej. 1º: Dados los vectores $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{k}$ y $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, su producto escalar es:

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_zb_z = (-2)x2 + 0x3 + (-1)x0 = -4$$

Como a = $\sqrt{5}$ y b = $\sqrt{13}$, el coseno del ángulo que forman ambos vectores es:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{a.b} = \frac{-4}{\sqrt{5}\sqrt{13}} = -0.49619 \quad \text{y el ángulo} \quad \varphi = 119'7449º = 119º\ 44'\ 42''$$

Ej. 2º: Dados los vectores $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{k}$ y $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2m\,\vec{k}$, ¿cuál debe ser el valor de m para que ambos vectores sean perpendiculares?

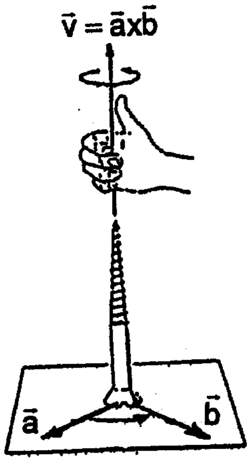
$a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$ es decir (-2)x1 + 0x3+(-1)x(-2m) = 0 o sea -2 + 2m = 0

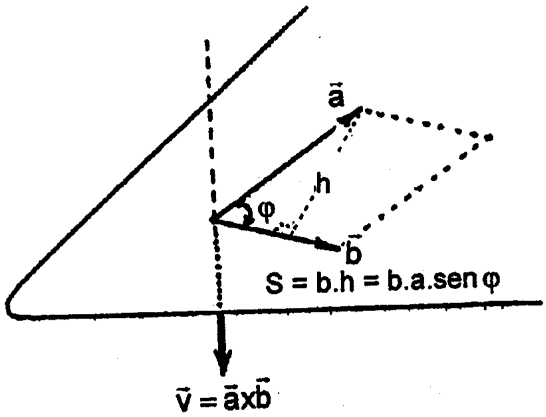
$\Rightarrow$ m = 1

10.- PRODUCTO VECTORIAL DE DOS VECTORES

Def.: Dados dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se define su **producto vectorial** como un vector $\vec{v}$

- cuyo **módulo** es $v = a.b.\text{sen}\,\varphi$ siendo φ el ángulo formado por ambos vectores,
- cuya **dirección** es normal al plano determinado por ambos vectores,
- cuyo **sentido** es el de avance de un tornillo que gira del primer vector al segundo por el camino más corto.





Se expresa así: $\boxed{\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b}}$ y su módulo así: $\boxed{v = a\,.\,b\,.\,\text{sen}\,\varphi}$ (6)

Se puede comprobar que:

i) El módulo del producto vectorial es igual al área del paralelogramo determinado por los vectores. En efecto (ver figura), llamando S al área del paralelogramo: $S = b.h = b.a.\text{sen}\,\varphi$

ii) El producto vectorial es **anticonmutativo:** $\vec{b} \times \vec{a} = -\,\vec{a} \times \vec{b}$

iii) Condición de **paralelismo** de dos vectores: $\vec{a} \times \vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \,||\, \vec{b}$

iv) Ley distributiva: $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

v) Ley asociativa respecto de los escalares: $m\,(\vec{a} \times \vec{b}) = (m\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (m\vec{b})$

vi) El producto vectorial **no es asociativo**: $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

vii) En términos de sus componentes cartesianas, la expresión del producto vectorial es:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}) = a_xb_x(\hat{i}\times\hat{i}) + a_xb_y(\hat{i}\times\hat{j}) + a_xb_z(\hat{i}\times\hat{k})$$
$$+ a_yb_x(\hat{j}\times\hat{i}) + a_yb_y(\hat{j}\times\hat{j}) + a_yb_z(\hat{j}\times\hat{k}) + a_zb_x(\hat{k}\times\hat{i}) + a_zb_y(\hat{k}\times\hat{j}) + a_zb_z(\hat{k}\times\hat{k})$$

Puesto que $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$ y $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}$ $\quad \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}$ $\quad \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$ resulta:

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\,\hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\,\hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\,\hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}} \qquad (7)$$

viii) Condición de paralelismo de dos vectores, en función de sus componentes cartesianas:

$\vec{a} \,||\, \vec{b} \iff \vec{a} \times \vec{b} = 0$ O sea, $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = 0$ es decir, $\begin{cases} a_y b_z - a_z b_y = 0 \\ a_z b_x - a_x b_z = 0 \\ a_x b_y - a_y b_x = 0 \end{cases}$

Por lo tanto, $$\boxed{\vec{a} \,||\, \vec{b} \iff \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}} \qquad (8)$$

Así pues, *dos vectores son paralelos entre sí cuando sus componentes cartesianas respectivas son proporcionales.*

Ej. 1º: Hallar el producto vectorial de los vectores $\vec{a} = -2\vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{k}$.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 4\,\hat{i} - 2\,\hat{j} + 4\,\hat{k}$$

Ej. 2º: Dados $\vec{a}$ = (3, -2, -1) y $\vec{c}$ = (2m, 6, 3), probar que para que ambos vectores sean paralelos debe verificarse que m = - 4'5 . Y para que sean perpendiculares, m = 2'5. En efecto:

+ Paralelos: 3/2m = -2/6 = -1/3 $\Rightarrow$ m = - 4,5

+ Perpendiculares: 3x2m + (-2)x6 + (-1)x3 = 0 $\Rightarrow$ m = 2,5

11.- DERIVADA DE UN VECTOR RESPECTO DE UN ESCALAR

Sea $\vec{a}$ un vector cuyas componentes son funciones continuas de un parámetro escalar t. Dicho vector se expresa como $\vec{a}(t)$ y representa una <u>*función vectorial de variable escalar*</u>.

$$\vec{a}\,(t) = a_x(t)\,\hat{i} + a_y(t)\,\hat{j} + a_z(t)\,\hat{k}$$

donde en general las tres componentes son función de la variable: $a_x(t)$, $a_y(t)$, $a_z(t)$

La **<u>derivada</u>** del vector $\vec{a}$ respecto de dicho parámetro escalar t es:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt}\hat{i} + \frac{da_y}{dt}\hat{j} + \frac{da_z}{dt}\hat{k}$$

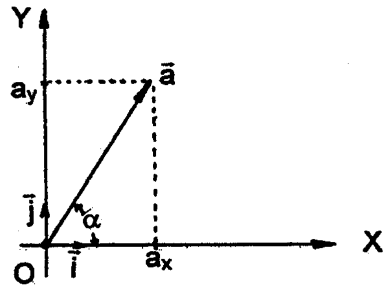
Las principales reglas de derivación, suponiendo que $\vec{a}\,(t)$, $\vec{b}(t)$ y $f(t)$ son funciones del parámetro escalar t, son:

$$\frac{d}{dt}(\vec{a} + \vec{d}) = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt} \qquad\qquad \frac{d}{dt}(f\,\vec{a}) = \frac{df}{dt}.\vec{a} + f.\frac{d\vec{a}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{a}\,.\,\vec{d}) = \frac{d\vec{a}}{dt}.\vec{d} + \vec{a}\,.\,\frac{d\vec{b}}{dt} \qquad\qquad \frac{d}{dt}(\vec{a}\times\vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{d} + \vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}$$

ACTIVIDADES DESARROLLADAS

1.- Calcula las componentes cartesianas del vector $\vec{a}$ ***que tiene por origen el origen de coordenadas, de módulo 5 unidades, y que forma un ángulo de 53º 7' 48" con el eje de abscisas.***



Las componentes del vector pedido son:

$a_x = a.\cos\alpha$ = 5.cos 53º7'48" = 3

$a_y = a.\operatorname{sen}\alpha$ = 5.sen 53º7'48" = 4

La expresión del vector en componentes es :

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

2.- Dados los vectores $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ***y*** $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$***, calcula su suma*** $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$***, su diferencia*** $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$***, y el vector unitario*** $\vec{u}_a$ ***en la dirección y sentido de*** $\vec{a}$***.***

La suma es: $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = (2 - 5)\vec{i} + (1 + 3)\vec{j} + (-2 - 6)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}$

La diferencia es: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (2 + 5)\vec{i} + (1 - 3)\vec{j} + (-2 + 6)\vec{k} = 7\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$

El módulo del vector $\vec{a}$ es: $a = \sqrt{4+1+4} = 3$

El vector unitario $\vec{u}_a$ es: $\vec{u}_a = \dfrac{\vec{a}}{a} = \dfrac{2}{3}\vec{i} + \dfrac{1}{3}\vec{j} - \dfrac{2}{3}\vec{k}$

3.- Dados los vectores $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ ***y*** $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$***, calcula el ángulo que forman entre ellos.***

Los módulos de los vectores son: $a = \sqrt{4+1+4} = 3$ y $b = \sqrt{36+4+9} = 7$

El producto escalar de los vectores es: $\vec{a}.\vec{b} =$ 2x6 + (-1)x(-2) + (-2)x3 = 12 + 2 – 6 = 8

Como $\cos\alpha = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{a.b} = \dfrac{8}{3x7} = 0.381$, el ángulo α vale: $\alpha = 67.6073^o$ = 67º 36' 26"

4.- a) ¿Qué fuerza magnética $\vec{F}_m$ ***se ejerce sobre una carga eléctrica de*** $6\mu C$ ***que se mueve con una velocidad*** $\vec{v} = (2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k})x10^4\,m/s$ ***en el seno de un campo magnético*** $\vec{B} = (3\vec{j} - 2\vec{k})x10^{-3}$ teslas ***? Se verifica que*** $\vec{F}_m = q(\vec{v}\,x\vec{B})$***.***

b) ¿Cuánto debe valer el campo eléctrico $\vec{E}$ ***para que la fuerza eléctrica*** $\vec{F}_e$ ***ejercida sobre dicha carga anule la fuerza magnética*** $\vec{F}_m$ ***?***

a) La fuerza magnética se halla verificando el producto vectorial que la define:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v}x\vec{B}) = 6x10^{-6}x10^4x10^{-3}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix} = (9\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k})6x10^{-5} \text{ newtons}$$

b) La fuerza eléctrica y el campo eléctrico verifican: $\vec{F}_e = q.\vec{E}$

Según el enunciado b), se debe cumplir que: $\vec{F}_e = -\vec{F}_m$

Por tanto: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_e}{q} = -\dfrac{\vec{F}_m}{q} = -\dfrac{(9\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}).6x10^{-5}}{6x10^{-6}} = (-90\hat{i} - 40\hat{j} - 60\hat{k})$ newtons/culombio