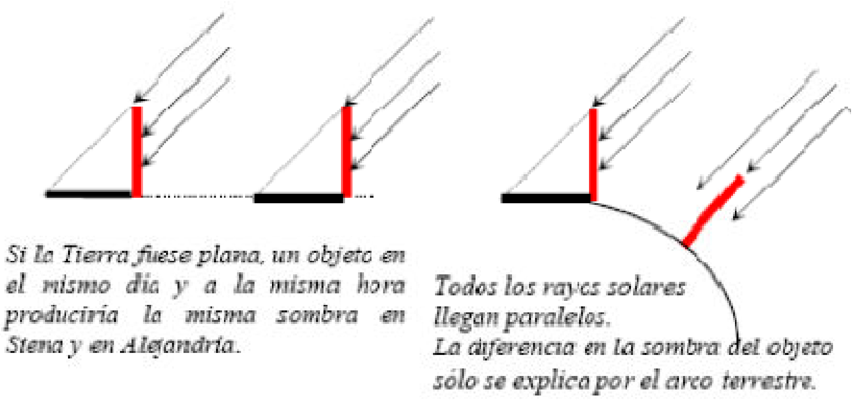
PARTE II. FUERZAS CENTRALES. CAMPOS GRAVITATORIO Y ELÉCTRICO.

Introducción histórica sobre las concepciones sobre la posición de la Tierra en el Universo.

A lo largo de la historia del pensamiento del hombre, y desde la antigua Grecia éste siempre se ha planteado de alguna manera la importancia que ha tenido y tiene nuestro planeta en el Universo. Si los dogmas religiosos otorgaban exclusividad a la Tierra dentro del Universo, la ciencia ha tratado de demostrar desde entonces que esto no concordaba con los datos empíricos. La primera ruptura con una idea ampliamente extendida fue la demostración de la **curvatura de la Tierra**. Incluso nosotros mismos tenemos la sensación es que la Tierra es plana. ¿Cómo se podría demostrar que es una esfera, sin viajar al espacio?

Eratóstenes de Cirene (276-195 ac) viajó hacia el sur, y observó que en Siena (la actual Assuan), en el solsticio de verano, un palo vertical no proyectaba sombra ninguna, y el sol iluminaba el agua de los pozos, al mediodía, ya que se encontraba en el CÉNIT. El **cénit** es el punto más alto del cielo, situado encima de nuestras cabezas, formando 90° con el horizonte, y se denomina **mediodía local** al momento en el que el Sol se encuentra más próximo al cénit. Esto no ocurría en Alejandría, ya que él conocía muy bien que, ese mismo día, el Sol formaba un



Como se observa en el dibujo, ese hecho se explica si la Tierra es esférica y el Sol se encuentra a gran distancia de nosotros (y sus rayos nos llegan prácticamente paralelos). Por tanto, la distancia Siena-Alejandría (medida por un equipo de mensuradores de terreno), que resultó ser de 5.000 estadios (unos 800 km), equivale a 7° del perímetro terrestre. Si multiplicamos esta distancia por 360° / 7°, el perímetro terrestre calculado por Eratóstenes resultó ser unos 41.000 km, valor muy próximo al autentico valor de 40.000 km.

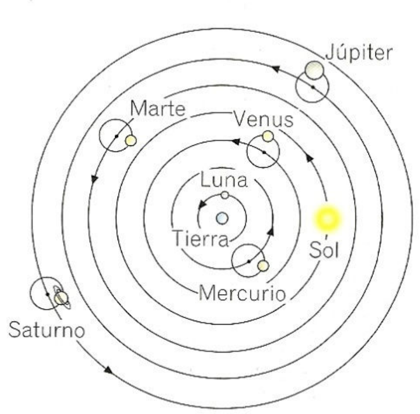
11. MODELOS PLANETARIOS

El círculo se consideraba una figura perfecta, desde la antigüedad. Por eso se explicaba que los astros fueran todos circulares, y que sus caminos en el cielo también lo fueran. Dado que a veces unos astros eclipsan a otros, se estableció que el Sol, la Luna y los planetas se encontraban en círculos concéntricos. Por fuera de todos estos círculos estaba la esfera de las estrellas. Parecía evidente que la Tierra estaba en el centro del Universo, y a distancias crecientes se situaban las órbitas de la Luna, el Sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter y Saturno. Estos objetos se movían por sí mismos, sin que se viera necesaria ninguna fuerza para ello. Esta concepción del Universo, que recibe el nombre de modelo **geocéntrico**, pues considera a la Tierra el centro del Universo, perduraría hasta el siglo XVI.

No obstante, este modelo no explicaba correctamente el **movimiento retrógrado** de algunos planetas como Marte. Si observamos su trayectoria a lo largo de un año, en ocasiones parece retroceder para luego seguir su camino.
http://www.youtube.com/watch?v=Q2cr_N8q3_U

Fue en el siglo III a. C. cuando **Aristarco** de Samos ideó un nuevo modelo, que explicaba correctamente esta observación. En este caso, el Sol ocupaba el centro del universo, con lo que la Tierra y el resto de los planetas giraban alrededor de él. Este modelo se denominó **heliocéntrico**, pero no se divulgó, y sólo quedó en algunos escritos.

El movimiento retrógrado se explicaba por el movimiento de la propia Tierra. Siendo la Tierra un planeta más interior que Marte, cuando la Tierra "adelanta" a Marte, da la impresión de que Marte se mueve hacia atrás. A pesar de las evidencias, la autoridad y la fama de los filósofos como Aristóteles hicieron que el modelo heliocéntrico tardase diecisiete siglos en ser aceptado.

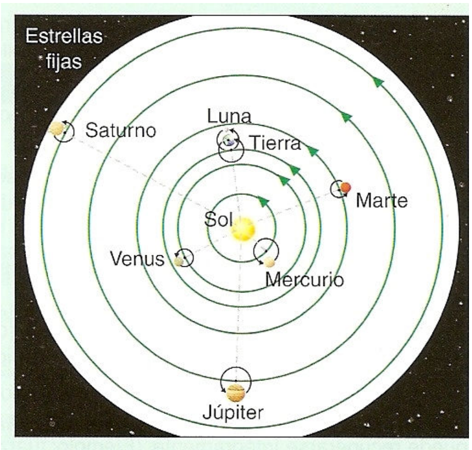


Modelo geocéntrico de Ptolomeo.

En el siglo II a.c. otro griego Ptolomeo(100-170 ac), convirtió la idea del geocentrismo en un modelo completo del firmamento. En el modelo de Ptolomeo, ocho esferas rotantes rodeaban la Tierra. Cada esfera era mayor que la anterior, como un juego de muñecas rusas, y la Tierra en el centro de todas ellas. Lo que hubiera más allá de la última esfera no estaba claro. Ésta esfera externa era considerada una especie de frontera, o de recipiente del universo. Las esferas de los planetas, a diferencia de la externa de las estrellas, no estaban fijadas, sino que giraban en pequeños círculos llamados epiciclos. Las trayectorias de estos respecto de la tierra resultaban un poco complicadas. Éste modelo fue adoptado por la Iglesias católica como la imagen del universo compatible con las escrituras.

Pero en el siglo XVI comenzó a resurgir la idea del modelo heliocéntrico, en un proceso que ya no tendría marcha atrás. **Nicolás Copérnico (1473-1543)**, un clérigo y matemático polaco, considerado hoy día como el fundador de la astronomía moderna, propuso el modelo heliocéntrico para calcular las posiciones de los planetas, pero por temor a la Iglesia, fue publicada cuando se hallaba en su lecho de muerte, en 1543. La obra que cambió el rumbo de la historia, *De revolutionibus orbium coelestium* (*Sobre las revoluciones de las esferas celestes*), juega con la palabra "revolución" en un doble sentido.

El modelo heliocéntrico propuesto por Copérnico se apoyó en los siguientes supuestos:
· *Todos los rayos solares llegan paralelos.*
· *La diferencia en la sombra del objeto sólo se explica por el arco terrestre.*
·*Si la Tierra fuese plana, un objeto en el mismo día y a la misma hora produciría la misma sombra en Siena y en Alejandría.*

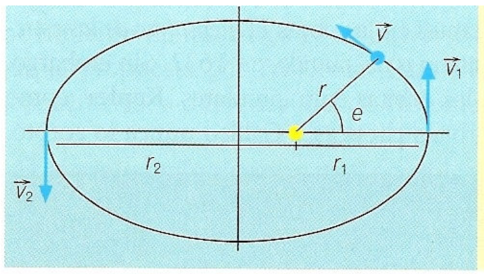


Tycho Brahe (1546-1601) observó cuidadosamente la trayectoria de los planetas y anotó todas sus observaciones. Y fue **Johannes Kepler**, siguiendo el modelo heliocéntrico de Copérnico y transformando las observaciones de Brahe en leyes matemáticas, el primero en explicar cómo funciona el sistema solar y, por ende, cualquier sistema planetario.

1ª LEY DE KEPLER

Las observaciones de **Tycho Brahe** no cuadraban con las órbitas circulares que Copérnico suponía para los planetas alrededor del sol. El conocimiento matemático de Kepler (en la fotografía) y la gran intuición demostrada al suponer que los datos de Brahe con los que trabajaba eran correctos, le permitió resolver la cuestión en 1605, creando su primera ley: **"Los planetas se mueven en elipses en torno al Sol, que ocupa uno de sus focos"**

Una elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos del mismo, llamados **focos**, es constante e igual al eje mayor.



Pues bien, según esta ley los planetas describen órbitas elípticas, aunque para la mayoría de ellos, la excentricidad es muy próxima a cero, por lo que si aproximamos sus órbitas a circunferencias, el error cometido no es importante. Al ser sus órbitas elípticas, podemos deducir que los planetas estarán unas veces más cerca del Sol y otras, más alejados. Así, la Tierra está más cerca del Sol en Enero y más lejos en Julio durante su viaje por su órbita elíptica. Este hecho junto con la inclinación del eje de giro de la Tierra en unos 23.5º no solo permite explicar muchos fenómenos astronómicos observados (las constelaciones del cielo que se observan desde la Tierra varían según las estaciones del año; las estrellas cambian su posición excepto la estrella Polar, que permanece casi fija) sino que nos permite hacer algunos cálculos muy interesantes.

109.*Cuando es verano en nuestro hemisferio, ¿dónde estará la Tierra: más cerca o más lejos del sol? Los habitantes del hemisferio Sur, ¿celebran las Navidades en mangas cortas y en las piscinas?*

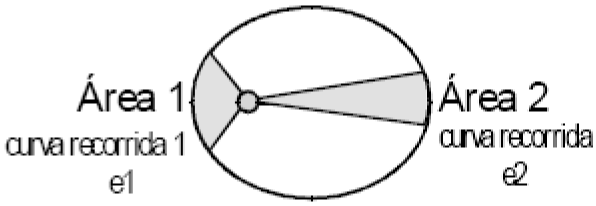
110.*El eje de giro de la Tierra está inclinado 23'5 ° con respecto a la normal de la órbita. Desde el punto de vista terrestre equivale a decir que la "trayectoria del Sol alrededor de la Tierra", esto es, la eclíptica, se encuentra inclinada 23'5° con respecto al plano ecuatorial terrestre.*
a) ¿En qué puntos de la Tierra se encuentra el Sol en el cenit al mediodía del 21 de junio?
b) ¿Y al mediodía del 21 de diciembre?
c) ¿Cuándo se encuentra en el cenit visto desde el Ecuador?
d) ¿Cómo son las noches en los polos? Explica la respuesta.

2ª LEY DE KEPLER:

El análisis detallado de las distancias recorridas por los planetas, en su movimiento alrededor del sol y en un determinado tiempo, hizo ver a Kepler que **la velocidad de los planetas no es constante**. En concreto, la velocidad de los planetas es mayor cuando se encuentran más cerca del Sol. El efecto es notable en los cuerpos celestes que tienen órbitas con excentricidad grande: los cometas.
La Geometría volvía a encajar en el funcionamiento del sistema solar:

El área barrida por el radio vector SOL-TIERRA es la misma en el mismo tiempo. Dicho de otra manera: La tierra barre áreas iguales en tiempos iguales.

t,v1



t´,v2

$$t=t'$$
$$e1 \neq e2$$
$$v1 \neq v2$$

De esta manera, cuando el planeta se encuentra más alejado del Sol, esta línea es mayor y por tanto al ser mayor el área, debe tardar más tiempo en barrerla. En otras palabras, si el área A1 es igual al área A2, (de la figura anterior) y el tiempo invertido en recorrer la curva e1 es igual al tiempo invertido en recorrer la curva e2. Evidentemente e1 es mayor que e2, por lo que la velocidad v1 ha de ser mayor que la velocidad v2.

3ª LEY DE KEPLER

Los datos de las observaciones señalaron una relación matemática muy importante en el funcionamiento de un sistema planetario: la relación entre el radio de giro de un planeta elevado al cubo y el cuadrado del tiempo que tarda en dar una vuelta completa (PERIODO) es una constante para cada sistema. Por tanto, entre dos planetas del mismo sistema se cumple que:

$$T^2 = K \cdot R^3$$

donde K es la llamada constante de Kepler y R la distancia del cuerpo central al que orbita. Esta constante es **un número que SOLO DEPENDE DE LA MASA DEL CUERPO AL QUE LOS OBJETOS ORBITAN** (dan vueltas), por lo que todos los cuerpos que giren en torno a un mismo objeto tendrán el mismo valor de K.

El periodo de la Tierra es de un año (aproximadamente 365,25 días), por lo que, si se conoce el periodo de rotación de cualquier planeta se podrá conocer la distancia del planeta al sol medida en U.A. (unidad astronómica, igual a la distancia media entre la Tierra y el Sol = unos 150 millones de km).
Un pequeño sistema planetario está al alcance de cualquier telescopio de aficionado a la Astronomía. El 7 de enero de 1.610 Galileo Galilei (1564-1642) y gracias al telescopio diseñado y construido por él mismo, descubrió alrededor de Júpiter cuatro satélites perfectamente visibles: Io, Europa, Ganímedes y Calisto. Los periodos de rotación son fácilmente medibles, al igual que las distancias relativas al planeta; de manera que el sistema resulta idóneo para la comprobación de la tercera Ley de Kepler.

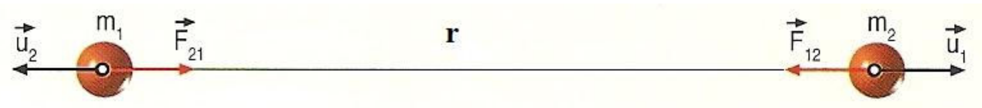
Las leyes de Kepler constituyen la cinemática del sistema solar, pues proporcionan una descripción simple y exacta de los movimientos de los planetas, pero no explican las causas que los producen. Kepler buscó denodadamente la razón subyacente de sus leyes. El hecho de que el movimiento de los planetas alrededor del Sol no fuese al azar, sino armónicamente dirigido, llevó a Kepler a un esfuerzo importante hasta los últimos días de su vida. Llegó a proponer a las fuerzas magnéticas como responsables de la armonía celestial, pero sus intentos fueron en vano. ¿En vano? No. La solución de este problema lo daría **Isaac Newton**.

12. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

A partir de las aportaciones de Kepler, de la ley de la inercia de Galileo y de aportaciones, entre otros, de Robert Kooke sobre el movimiento de los objetos que giran, Isaac Newton ideó en 1684 un modelo que explicaba perfectamente el funcionamiento de los sistemas planetarios: la ley de la gravitación universal:

"Entre dos masas existe una FUERZA DE ATRACCIÓN GRAVITATORIA que actúa en los dos cuerpos a la vez (interacción) y cuya intensidad es proporcional al producto de las dos masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas"

$$\vec{F} = -G\,\frac{M \cdot m}{r^2}\,\vec{u}$$



Observa que el signo negativo que aparece en la expresión vectorial des debido a que el vector $\vec{F}$ y el vector unitario $\vec{u}$, tienen sentidos contrarios. Indicando que las fuerzas ATRACTIVAS siempre son atractivas hacía el cuerpo que la genera.

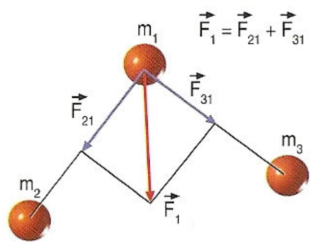
El valor de la constante universal G sólo depende del sistema de unidades utilizado. Es de uso obligado el SISTEMA INTERNACIONAL (S.I.) DE UNIDADES, donde la unidad de masa es el KILOGRAMO, la unidad de longitud el METRO, la unidad de tiempo el SEGUNDO.

En este sistema internacional el valor de **G es $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²** que como se ve, es muy pequeño, por lo que realmente, los efectos gravitacionales entre masas solo son notables cuando éstas son muy grandes.

Es una interacción que aparece siempre entre DOS CUERPOS, es decir, no existen fuerzas aisladas en un cuerpo. TODA FUERZA QUE ACTÚA SOBRE UN CUERPO (ACCIÓN) TIENE SU CORRESPONDIENTE PAR QUE ACTÚA EN EL OTRO CUERPO (REACCIÓN).

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

En el caso de tres o más partículas, la fuerza gravitatoria resultante que actúa sobre una de ellas es la suma vectorial de todas las fuerzas que las demás partículas ejercen sobre ella.



Deducción de la expresión de la ecuación: ***VER ANEXO***.

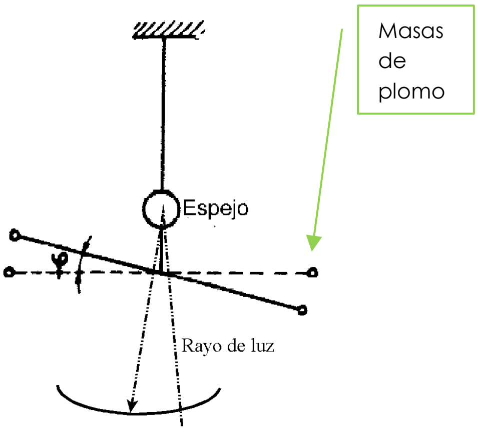
Determinación experimental de la constante universal G (constante de Cavendish).

El primer científico que midió con precisión la constante G fue Henry **Cavendish** hace 200 años con un tipo de balanza que actualmente se conoce con su nombre (balanza de Cavendish.

Esta balanza consta, en esencia (ver fig), de una varilla horizontal, ligera, en cuyos extremos tiene dos pequeñas esferas iguales de masa m, de una sustancia muy densa y poco alterable como el oro o el platino. Esta varilla se suspende por su centro con un hilo muy fino, generalmente de cuarzo. Se colocan en frente de las masas m, a uno y otro lado de la varilla sendas esferas grandes de plomo de masa M. Las fuerzas de atracción entre las masas m y M originan un par de fuerzas que tiende a girar la varilla y a acercar las masas entre sí. Este movimiento de la varilla retuerce el hilo del que pende la varilla y, como consecuencia, aparece un par de fuerzas elásticas que se opone al par de atracción; el giro cesa cuando ambos pares de fuerzas tienen el mismo módulo.

El momento está relacionado directamente con el efecto de giro, y por tanto con el

ángulo de giro (φ) de la balanza de torsión.



$|\vec{M}| = k \cdot \varphi$ siendo k: cte. de elasticidad

$$l \cdot F = k \cdot \varphi$$

$$G\frac{M \cdot m}{r^2} \cdot l = k\varphi \rightarrow G = \frac{k \cdot \varphi \cdot r^2}{l \cdot M \cdot m} \rightarrow$$

G=6,67 · 10⁻¹¹ N·m²/kg²

Experiencia de cavendish:
http://www.youtube.com/watch?v=vWlCm0X0QC0

111. Demuestra la relación matemática completa (**T^2= K ·R^3**) de la tercera ley de Kepler. Ayuda: Utilizando la segunda ley de Newton, y la fuerza gravitatoria.

112. Representa las fuerzas que actúan sobre el sistema tierra-sol desde el punto de vista de un sistema inercial y no inercial.

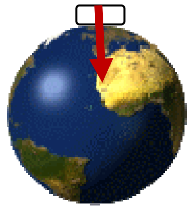
113. *Determina la fuerza de atracción existente entre la Tierra y el Sol y entre la Tierra y la Luna. DATOS MASAS: TIERRA (5,98 · 10^{24} kg) SOL (2 · 10^{30} kg) LUNA (7,34·10^{22} kg)DISTANCIAS MEDIAS: TIERRA-SOL (150 millones km) TIERRA-LUNA (384.000 km)*

114. *Un cuerpo de masa m se encuentra entre la Tierra y la Luna. Dibuja y explica las fuerzas de atracción gravitatoria ejercidas sobre el cuerpo. Determina el punto entre la Tierra y la Luna en el cual el valor del módulo de la fuerza de atracción terrestre iguala al módulo de la fuerza de atracción lunar.*

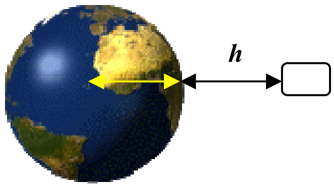
115. *Calcula la distancia a la cual colocar dos cuerpos de masas 80 y 120 kg para que la atracción sea de 6,4 · 10^{-9} N. sol 10m*

Cuando consideramos un objeto sobre la superficie de la tierra:

$$F = G\frac{M \cdot m}{{R_T}^2}$$



Siendo R_T el radio de la tierra, ya que tomamos como distancia la que hay entre el objeto y el centro de la tierra. Pero si el objeto se encuentra situado a una altura h sobre la superficie de la tierra, la expresión queda:



$$F = G\,\frac{M{\cdot}m}{(R_T{+}h)^2}$$

8. GRAVEDAD Y PESO. INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO.

El valor de la constante universal G (6,67 x 10^{-11} en S.I.) indica que el módulo de la fuerza de interacción gravitatoria será muy pequeño si los cuerpos que interaccionan tienen masas relativamente pequeñas, como se ha dicho y comprobado en los ejercicios anteriores. Si uno de los cuerpos que ejercen la interacción tiene una masa muy grande (como ocurre con un planeta), el módulo de la fuerza de atracción gravitatoria puede ser notable.

El peso de un cuerpo de masa m es la fuerza de atracción gravitatoria entre dicho cuerpo y el planeta (o satélite) donde se encuentre.

$$\vec{F_g} = \vec{P} = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}$$

Si el cuerpo de masa m se encuentra en la superficie del planeta, la distancia r coincide con el radio del planeta (R), de manera que:

$$\vec{P} = -G\frac{M{\cdot}m}{R^2}\vec{u}{=}{-}G\,\frac{M}{R^2}\,\vec{u}\,{\cdot}m{=}\vec{g}{\cdot}m$$

$$\boldsymbol{\vec{g}{=}{-}G\,\frac{M}{R^2}\vec{u}}$$

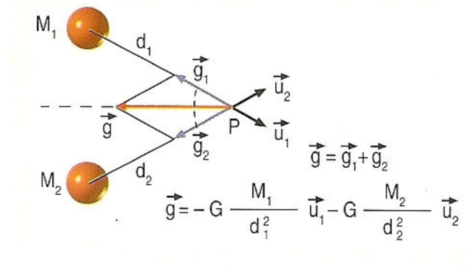
Esta última expresión matemática es lo que se conoce como **intensidad de campo gravitatorio** o **campo gravitatorio.**

En el caso de la interacción gravitatoria, el **campo gravitatorio** se debe a la sola presencia en el espacio de un cuerpo material con masa no nula (M) que crea una perturbación en el entorno.

El signo menos de esta expresión indica que el campo gravitatorio es siempre de naturaleza atractiva, con lo que las líneas de fuerza del mismo apuntan hacia la masa M que lo engendra.

La unidad de intensidad de campo gravitatorio $\vec{g}$ es el N/kg.

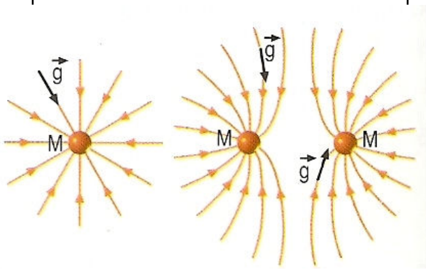
En el caso de un sistema de dos o más partículas, el vector intensidad de campo gravitatorio en un punto es la suma vectorial de los campos creados por cada una de las partículas en dicho punto.



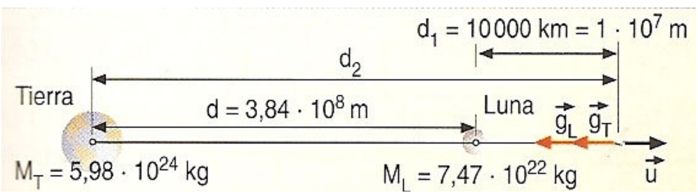
Esta magnitud vectorial, llamada **intensidad de campo gravitatorio, en la superficie terrestre tiene un valor de g= 9,8 N/kg que** coincide con el de la aceleración de caída libre estudiada en el tema anterior, como puedes comprobar.

Concepto de LÍNEAS DE FUERZA.

- Son un artificio muy útil a la hora de representar el campo gravitatorio en una región de espacio.
- El vector intensidad de campo gravitatorio es tangente a las líneas de fuerza en cada punto y tiene el mismo sentido de éstas.
- El número de líneas que atraviesa la unidad de superficie colocada perpendicularmente a estas se denomina densidad de líneas de fuerza.
- La densidad de líneas de fuerza es proporcional al módulo de campo gravitatorio. Es más intenso en aquellas regiones en las que las líneas de fuerzas estén más juntas.
- La superficie de 1 m^2 en el planeta tierra es atravesado por 9,8 líneas de fuerza.



Ejemplo. Calcula el campo gravitatorio en un punto situado sobre la recta que une los centros de la Tierra y la Luna, a 10000 km del centro de la Luna en el sentido de alejamiento de la Tierra. (Distancia Tierra-Luna= 3,84 10^8m; M_T= 5,98 10^{24} kg ; M_L= 7,47 10^{22} kg)
¿Cuál será la fuerza gravitatoria sobre un satélite artificial de 8000 kg de masa situado en dicho punto?



- Hallamos el campo gravitatorio en la Luna:

$$\vec{g}_L = -G\frac{M_L}{d_1^2}\vec{u} = -6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\,\frac{7{,}47 \cdot 10^{22} kg}{(10^7 m)^2}\vec{u} \rightarrow \vec{g}_L = -4,98 \cdot 10^{-2}\vec{u}\ N/kg$$

- Calculamos la distancia del centro de la tierra al punto considerado y el campo gravitatorio en este punto:

$$d_2 = d + d_1 = 10^7\ m + 3{,}84\ 10^8 m = 3{,}94\ 10^8\ m$$

$$\vec{g}_T = -G\frac{M_T}{d_2^2}\vec{u} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\,\frac{5{,}98\cdot 10^{24}kg}{(3{,}94\cdot 10^8 m)^2}\vec{u} \rightarrow \vec{g}_T = -2{,}6\cdot 10^{-3}\vec{u}\ N/kg$$

- Sumamos los campos creados por la Tierra y la Luna para obtener el campo gravitatorio resultante:

$$\vec{g} = \vec{g}_L + \vec{g}_T = -4{,}98\cdot 10^{-2}\vec{u}\ N/kg - 2{,}6\cdot 10^{-3}\vec{u}\ N/kg = -5{,}24\cdot 10^{-2}\,\vec{u}\ N/kg$$

- Hallamos la fuerza gravitatoria sobre el satélite:

$$\vec{F_g} = m\,\vec{g} = 8000\ kg\left(-5{,}24\cdot 10^{-2}\vec{u}\,\frac{N}{kg}\right) = -419\,\vec{u}\,N$$

116. *Determina el valor de la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar (radio lunar = 1738 km, masa lunar 7'343· 10^{22} kg)*

117. *¿Qué pesa más: 100 kg de oro en la superficie de la Tierra o 500 kg de papel en la superficie de la Luna?*

118. *Calcula el campo gravitatorio en el punto medio del segmento que une los centros del sistema Tierra-Luna. Luego calcula la fuerza gravitatoria que actúa sobre un satélite artificial de 1200 kg de masa situado en dicho punto. (Distancia Tierra-Luna= 384000km, M_t= 5,98·10^{24} kg; M_l= 7,47·10^{22} kg) . Sol. 1,1·10^{-2} N/kg; 13,2 N*

9. DIFERENCIA ENTRE MASA Y PESO.

Si a una persona cualquiera le preguntaran cuánto pesa, diría algo así como peso 60 kg, por ejemplo. Si le preguntaran cuánto pesaría en la Luna, y dicha persona supiera que la gravedad lunar es seis veces menor que la terrestre, contestaría sin dudar que 10 kg. Y si le preguntaran por la fuerza de empuje de los motores de un determinado avión, y supiera la respuesta, diría que la fuerza de empuje es de 20 toneladas (por ejemplo). Y sin embargo, todas estas respuestas serían incorrectas. No por las cifras, sino por las unidades.

En el colegio nos enseñaron que los kilogramos, las toneladas y demás múltiplos y submúltiplos (gramos, miligramos, etc.) son unidades de masa, no de peso. **¿Y no es lo mismo?** Pues no, ya que el **peso es una fuerza**, concretamente la fuerza con la que un objeto es atraído por la gravedad, y por tanto se mide en unidades de fuerza. La fuerza y la masa están relacionadas mediante la Segunda Ley de Newton. De hecho, una definición muy habitual de fuerza es la de todo aquello capaz de ejercer una aceleración sobre cuerpo, y matemáticamente se expresa como el producto entre la masa del cuerpo y la aceleración producida: **F= m·a**; por tanto el peso **P= m·g**

Masa

- **Cantidad de materia que posee un objeto.**
- **Mide la tendencia que tienen los objetos a conservar su estado de movimiento o de reposo. Se mide con la balanza.**
- **Su unidad en el S.I. es el Kg. Es una magnitud escalar.**

Peso

- **Es la fuerza con que la Tierra interacciona con los objetos.**
- **Depende del lugar en el que está situado el objeto.**
- **Se mide con el dinamómetro.**
- **Su unidad en el S.I. es el N.**
- **Es una magnitud vectorial.**

119. *En la superficie de la luna, lanzamos verticalmente y hacia arriba un objeto de 2 kg con una rapidez de 8 m/s. ¿Qué tiempo empleará en llegar de nuevo al suelo? ¿Y si la experiencia se hace en la Tierra? ¿Y si la masa del cuerpo del experimento fuera de 4 kg?*

120. *Un astronauta que en la Tierra pesa 1100 N (con todo el equipo) observa que en un planeta desconocido su peso es de 1400 N. ¿Cuánto vale la gravedad en ese planeta? Si la masa del planeta desconocido es de 6.1032 kg, ¿qué radio posee?*

121. *¿"Existe gravedad" a la altura a la que se encuentra la estación espacial internacional (ISS) unos 400 km? EXPLICACIÓN. ¿Por qué flotan entonces los astronautas?*

10. MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS CELESTES.

La ley de la gravitación universal nos permite explicar y hacer predicciones acerca de la velocidad de los cuerpos. Como sabemos, en los movimientos circulares la velocidad cambia de dirección en cada instante debido a la aceleración centrípeta que existe debido por la acción de una interacción con otro cuerpo. La responsable de esa aceleración centrípeta en el giro de los cuerpos celestes es la fuerza gravitatoria; luego nos queda:

Trabajando con módulos: $F_G = m \cdot a_{cta}$ recordemos que $a_{cta} = \frac{v^2}{R}$

$$F_G = G\frac{M \cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_t}{R}$$

La velocidad de giro de un satélite en torno a la tierra depende de la masa del astro central.

ACTIVIDADES DE REPASO parte II

122. *La Luna dista 384.000 km de la Tierra y tarda 28 días en dar una vuelta completa alrededor de ella.*
a. Calcula la constante de Kepler para la Tierra y sus satélites.
b. Determina el radio de giro de un satélite que tarda 8 horas en dar una vuelta completa a la Tierra. ¿A qué altura de la superficie terrestre se encuentra? (radio terrestre: 6.370 km).

123. *Un satélite geoestacionario es aquel que permanece siempre sobre el mismo punto de la superficie terrestre, es decir, tarda 24 horas en dar una vuelta a la Tierra. ¿A qué altura sobre la superficie debe encontrarse un satélite de este tipo? ¿Cuánto pesará un satélite* *estacionario cuya masa es 4.560 kg? (Utiliza la 3ª ley del Kepler basándote en el ejercicio anterior).*

124. *Calcula la velocidad de giro de la Luna. DATOS:* $M_T= 5{,}98·10^{24}$ kg. G= 6,67 10^{-11}; distancia tierra-luna: 3,84 10^{8} m.

125. *Se desea poner en órbita un satélite a unos 35000 km del centro de la Tierra. A) ¿Cuál será la aceleración gravitatoria en esa órbita? B) ¿Qué tiempo empleará el satélite en dar un giro completo? Determinarlo a partir de la expresión del la velocidad del satélite.*

126. *Un astronauta, que en la Tierra pesa 780 N, llega a un planeta desconocido y observa que allí el peso es de 350N. Si la masa de ese planeta es prácticamente igual a la Tierra, calcula su diámetro.*

127. *Un cuerpo, que en la Tierra pesa 1290 N, ¿cuánto pesaría a 400 km de altura desde la superficie terrestre?*

128. *La distancia que separa la Tierra de la Luna es de unos 360.000 km. ¿Existirá algún punto entre ellos dónde un objeto no pesaría?*

129. *Si has visto imágenes de los astronautas en órbita habrás comprobado que "flotan". ¿Significa este hecho que en órbita el peso de los objetos es cero? Explica la respuesta.*

130. *¿A qué distancia desde el centro de la Tierra la gravedad se reduce a la mitad de su valor en la superficie?*

131. *Lanzamos un objeto de 3 kg verticalmente y hacia arriba con una rapidez de 8 m/s. ¿Qué tiempo emplearía en caer si este experimento que lo hacemos en la Tierra lo pudiéramos hacer en Júpiter? ¿Dónde pesaría más? Dato: Masa Júpiter: 1.9 x 10^{27} kg; Radio Júpiter: 71400 km.*

132. *Un cuerpo pesa 250 N en la Tierra. En otro planeta el mismo cuerpo pesa 80 N.a. ¿Cuál es el valor de la gravedad del planeta?b. Si la circunferencia del planeta es 24.500 km, ¿cuál es la masa del planeta?.*

133. *Calcula la fuerza con que atrae la Tierra a una persona de 80 kg de masa. Calcula, ahora, la fuerza con que esa persona atrae a la Tierra. (Busca los datos que necesites) ¿Cuánto pesaría esa persona en el Sol?*

134. *El peso de una persona en la Tierra es de 500N, y en Júpiter de 1321N. Calcula la masa del objeto. ¿Cuál será la gravedad en Júpiter?*

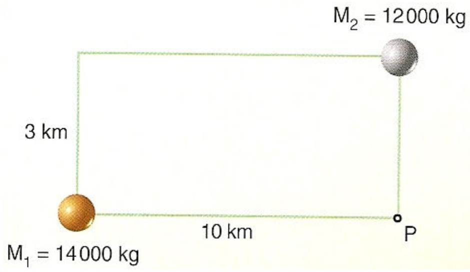
135. *Determina el valor de la constante de Kepler para el sistema Tierra-Luna, si la distancia que separa a ambos es de unos 360.000 km*

136. *¿A qué altura deberemos situar un satélite geoestacionario de 1450 kg de masa? ¿Cuál será su peso allí? ¿Por qué no cae el satélite a la Tierra?*

137. *Dos cuerpos, uno de doble masa que el otro, están separados una distancia de 4 m y se atraen con una fuerza de* $1{,}3·10^{-8}$ *N. ¿Cuál es el valor de las masas de esos cuerpos?*

138. *Determina la aceleración de la gravedad en un punto del espacio situado a una distancia del centro de la Tierra igual a 4 veces el radio de ésta.(*R_T*= 6370 km)*

139. *Representa el campo gravitatorio creado por las masas M1 y M2 en el punto P de la figura y calcula su módulo. ¿Qué fuerza actúa sobre una masa* M_3 *de 10000 kg al situarla en el punto P?*

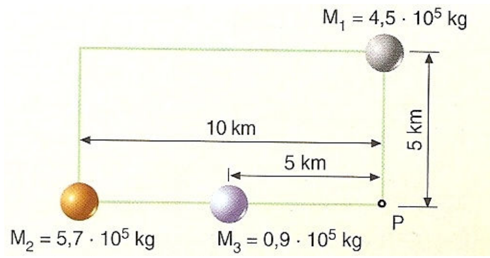


Sol. 8.9 10^{-14} N/kg; 8.9 10^{-10} N

140. *Dos masas $M_1 = 3\cdot10^8$ kg y $M_2 = 1{,}5\cdot10^9$ kg, están situadas en los puntos de coordenadas (3,4) y (-5,-1), respectivamente. Representa el campo gravitatorio resultante en el punto (3,-1) y determina su módulo. Las coordenadas se han expresado en metros. Sol 1,7 10^{-3} m*

141. *En los cuatro vértices de un cuadrado de 20 km de lado se sitúan cuatro masas iguales de 1000 kg. Calcula el módulo del vector intensidad de campo gravitatorio en el centro del cuadrado. Sol 0 N/kg*

142. *Representa el campo gravitatorio que crea el sistema de masas de la figura en el punto P y determina su módulo. Sol 1,3 10^{-12} N/kg*



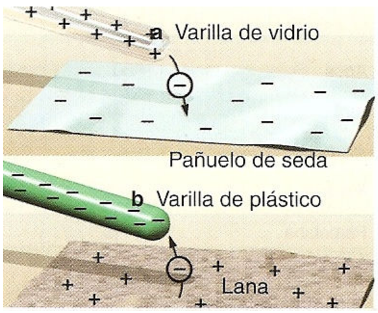
FUERZAS ELÉCTRICAS.

Los fenómenos eléctricos se conocen desde la antigüedad. Ya en el siglo VII ac el filósofo griego Tales de Mileto citaba la cualidad del ámbar para atraer cuerpos ligeros al ser frotado con lana.

Estos fenómenos y similares se atribuyen a la electrización del cuerpo, es decir, a la acumulación de cargas eléctricas positivas o negativas en él.

Los fenómenos de electrización básica los podemos clasificar en :

-Electrización por frotamiento.



Fenómeno por el cual se comunica carga eléctrica a un cuerpo al frotarlo con otro.

Cuando frotamos la varilla de vidrio con un pañuelo de seda, la varilla cede electrones, quedando así cargada positivamente; mientras que el pañuelo los adquiere, quedando cargado negativamente.

Algo semejante ocurre con la varilla de plástico y el paño de lana. En este caso es el paño de lana el que cede electrones, quedando cargado positivamente, y la varilla es la que los adquiere, quedando cargada negativamente.

-Electrización por inducción.

Fenómeno por el cual se consigue cargar un conductor neutro por efecto de la proximidad, induciendo una redistribución de cargas en el cuerpo neutro.

LEY DE COULOMB

Experimentalmente se comprueba como dos cuerpos electrizados con cargas del mismo signo experimentan una repulsión mutua. En cambio si poseen cargas de distinto signo, se atraen.

El valor de estas fuerzas atractivas y repulsivas fue determinado en 1785 por Charles Coulomb. En su honor llamamos ley de Coulomb a la ley que relaciona la fuerza electroestática con los factores de que depende.

La ley se enuncia:

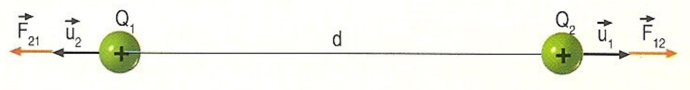
La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

En módulo:

$$F = K\frac{Q \cdot q}{r^2}$$

Si tomamos consideraciones vectoriales: $\vec{F} = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{u}$

Como criterios de signos consideramos que las cargas de distinto signo se atraen y las del mismo signo se repelen, luego:



Observa que son del mismo signo, los vectores $\vec{F}_{12}$y $\vec{F}_{21}$tienen sentidos opuestos, con lo cual las cargas se repelen. El criterio lo establecemos en base al signo de las cargas.

Al igual que las fuerzas gravitatorias, éstas se presentan por pares.

La unidad de carga eléctrica en el sistema internacional es el culombio(C). Una carga de 1 C atrae o repele a otra carga de 1 C con una fuerza de $9 \cdot 10^9$ N cuando ambas cargas están separadas 1 m de distancia en el vacío.

La carga de 1 C equivale a la de $6{,}18 \cdot 10^{18}$ electrones.

Observamos como las fuerzas electroestáticas son mucho más intensas que las gravitatorias, si bien tienen mucho menor alcance.

CONSTANTE K DE COULOMB.

La constante K se expresa como $\boldsymbol{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}}$

Siendo ε la constante dieléctrica o permitividad del medio: $\varepsilon = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r$

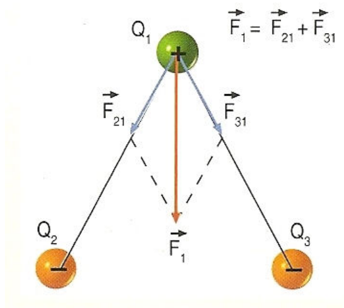
Por tanto: $\boldsymbol{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o \cdot \varepsilon_r}}$

Siendo,

ε_o: constante dieléctrica del vacío ε_o= 8,85·10^{-12} C^2/Nm^2
ε_r: constante dieléctrica relativa , característico de cada medio y sin unidades. En el vacío vale 1. En el agua vale 20, y en vidrio 10.

Por tanto en cualquier medio que no sea el vacío la permitividad será mayor y en consecuencia disminuirá la atracción de cargas.

ADITIVIDAD DE LAS FUERZAS.



En caso de que contemos con tres o más cargas interaccionando, la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre cada una de ellas es la suma vectorial de todas las fuerzas que las demás ejercen sobre esta.
Ver ejemplo resuelto14

INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO $\vec{E}$

Perturbación que un cuerpo ejerce en una región del espacio que lo rodea por el hecho de tener carga eléctrica.

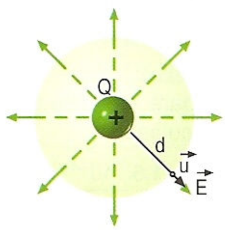
La intensidad de campo eléctrico E, en un punto del espacio es la fuerza que actuaría sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto.

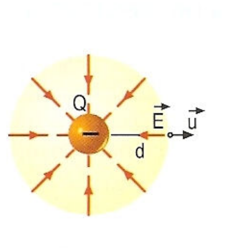
Frecuentemente se utiliza el concepto campo eléctrico para denominar al vector intensidad de campo eléctrico.

Para conocer el campo creado por una carga puntual Q en un punto P situado a una distancia r, colocamos en ese punto una carga de prueba q y medimos la fuerza que experimenta.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \frac{k\frac{Qq}{r^2}\vec{u}}{q}$$

$$\boldsymbol{\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}}$$





Al igual que el campo gravitatorio creado por una partícula, el campo eléctrico creado por una carga puntual es un campo central. El vector E tiene la dirección de la recta que pasa por la carga Q y por el punto P, donde calculamos el campo. Su sentido depende del signo de la carga.

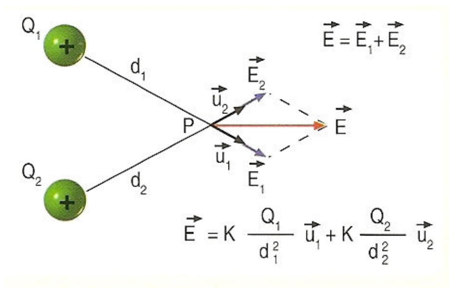
La unidad de intensidad de campo eléctrico es el **N/C**

La fuerza eléctrica sobre una carga q, situada en un punto en el que la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$, se expresa:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Ver ejemplo 15

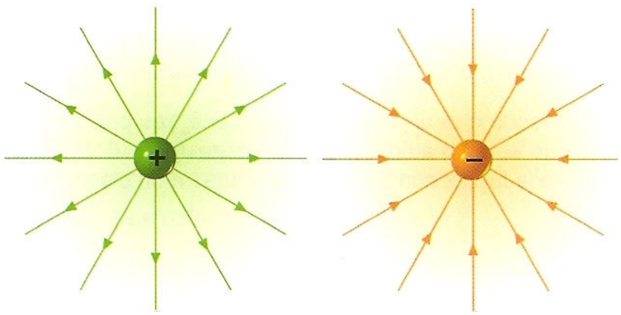
En el caso de sistemas de dos o más cargas puntuales, el vector intensidad de campo eléctrico en un punto es la suma vectorial de los campos creados por cada una de las cargas en dicho punto.



La expresión del campo eléctrico creado por una carga puntual también en válido para cuerpos esféricos cargados uniformemente, siempre que calculemos el campo eléctrico en el exterior del cuerpo. En este caso, Q es la carga eléctrica total del cuerpo y r ó d es la distancia al centro.

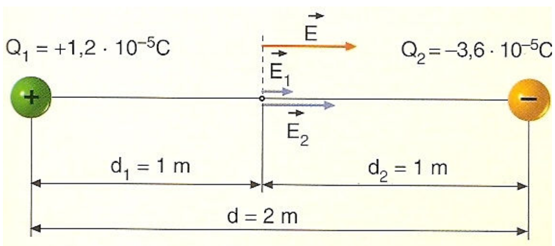
Ver ejemplo 15 y 16

LINEAS DE FUERZA



- Se utilizan para representar el campo eléctrico en una región del espacio.
- El vector intensidad de campo es tangente a las líneas de fuerza en cada puno y tiene el mismo sentido que éstas.
- La densidad de líneas de fuerza es proporcional al módulo del campo eléctrico. Es decir, el campo eléctrico es más intenso en aquellas regiones en el que las líneas están más juntas.
- La disposición de estas líneas depende el número y situación de las cargas que genera el campo.
- Las cargas positivas son **FUENTE** de líneas de campo eléctrico (salen).
- Las cargas negativas son **SUMIDEROS** de líneas de campo eléctrico (entran).

Ejemplo. Dos cargas eléctricas puntuales de +12 μC y -36 μC están separadas 2 m en el vacío. Calcula el campo eléctrico creado por cada una de las cargas en el punto medio del segmento que las une.



-Calculamos el campo eléctrico creado por la carga Q_1:
-Para ello medimos el módulo del $\vec{E}$ en la dirección del vector unitario que tomamos arbitrariamente como $\vec{i}$, y cuyo sentido determinan las cargas. Las Cargas positivas son fuentes de campo y las negativas sumideros.

$$\vec{E}_1 = K\frac{|Q_1|}{d_1^2}\vec{\imath} = 9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot\frac{|+1,2\cdot 10^{-5}C|}{(1m)^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{E}_1 = 1,08\cdot 10^5\vec{\imath}\ N/C$$

-Calculamos el campo eléctrico creado por Q_2:

$$\vec{E}_2 = K\frac{|Q_2|}{d_2^2}\vec{\imath} = 9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot\frac{|-3,6\cdot 10^{-5}C|}{(1m)^2}\vec{\imath}$$

$$\vec{E}_2 = 3,24\cdot 10^5\vec{\imath}\ N/C$$

-Sumamos los vectores $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ para hallar el campo eléctrico resultante:

$$\vec{E}_1\ y\ \vec{E}_2 = 1,08\cdot 10^5\vec{\imath}\ N/C + 3,24\cdot 10^5\vec{\imath}\ N/C = 4,32\cdot 10^5\vec{\imath}\ N/C$$

COMPARACIÓN CAMPO GRAVITATORIO Y ELÉCTRICO.

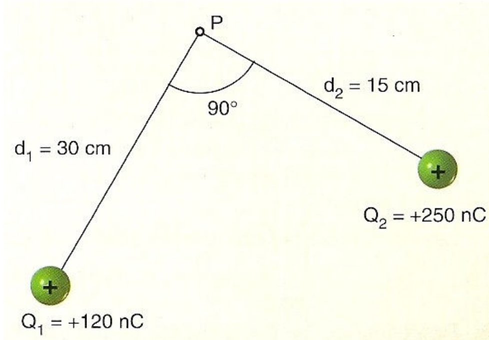
Ambos campos son centrales y por ello sus líneas de campo son abiertas.
Su intensidad es directamente proporcional a la masa o a la carga que crea el campo, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre esta masa o carga y el punto donde calculamos el campo.

Diferencias entre campo gravitatorio y eléctrico	
Campo gravitatorio	Campo eléctrico
-Las fuerzas gravitatorias son siempre atractivas.	-Las fuerzas eléctricas pueden ser atractivas (cargas opuestas) o repulsivas (cargas del mismo signo).
-**G** es una constante universal, es decir, el campo gravitatorio no depende del medio en el que actúa.	-**K** varía de un medio a otro, es decir, el campo eléctrico del medio en el que actúa.

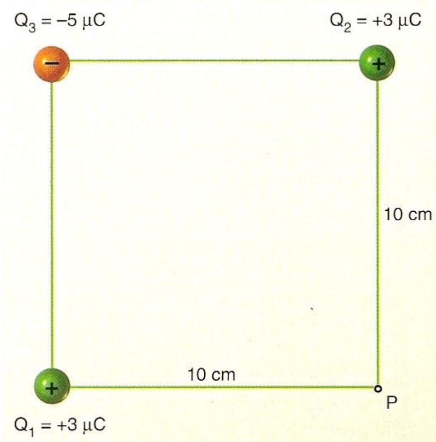
143.*Dos esferas metálicas situadas en el vacío tienen cargas eléctricas de + 12 μC y + 64 μC Si sus centros están separados una distancia de 50 cm, determina:*
a) La fuerza electroestática que se ejercen.
b) La distancia a la que deberíamos colocar las esferas para que esta fuerza se reduzca a la mitad.
Sol. a) 27,6 N b) 70,8 cm

144.*Dos cargas eléctricas puntuales de + 3 μC + -1 μC están separadas 1m en el vacío. Calcula el campo eléctrico en el punto medio que las une. Sol 1,44·10⁵ N/C*

145. *Representa el campo eléctrico en el punto P para la distribución de carga de la figura y calcula su módulo si el medio que rodea a las cargas es el aire. Sol $1·10^5$ N/C*



146. *Dos cargas eléctricas de -9 μC y -25 μC están situadas en los puntos de coordenadas (-1,0)m y (0, -5)m respectivamente. Representa el campo eléctrico en el origen de coordenadas y calcula su módulo si el medio que rodea a las cargas es agua (ε_r=80)*
-¿qué fuerza actúa sobre una carga Q_3= +12 μC al situarla en ese punto?
Sol. 1,02 $·10^3$ N/C; 1,2 $·10^{-2}$ N

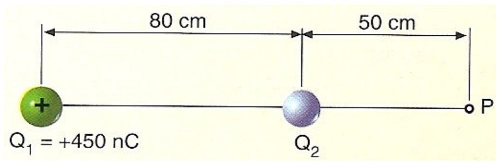


147. *Representa el campo eléctrico en el punto P para la distribución de cargas del cuadrado de la figura y calcula su módulo si el medio que rodea a las cargas es el vacío. Sol $1{,}57·10^6$ N/C*

148. *Dos cargas eléctricas Q1 y Q2 están situadas en el vacío separadas una distancia de 20 cm. Si Q1 = -200 nC, determina el valor de Q2 para que el campo eléctrico se anule en un punto del segmento que une las cargas situado a 5 cm de Q1. Sol $-1{,}8·10^{-6}$ C*

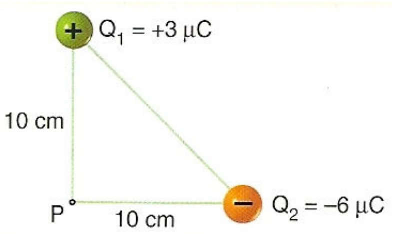
149. **Dos cargas puntuales de +20 μC y -12 μC están situadas en los puntos de coordenadas (5,0) m y (0,2)m , respectivamente. Representa el campo eléctrico en el origen de coordenadas y calcúlalo. Supón que el medio exterior de las cargas es el vacío.*
-¿Qué fuerza actúa sobre una carga de +1 μC al colocarla en dicho punto?.
Sol. $\vec{E}$ = -7,2 $·10^3\,\vec{\imath}$ + 2,7$·10^4\,\vec{\jmath}$; 2,8$·10^{-2}$ N

150. *Calcula el valor de la carga Q2 de la figura para que el campo eléctrico se anule en el punto P.*
Sol. $-1{,}8·10^{-6}$C



151. *Calcula la masa de una carga de 120 μC que se encuentra flotando entre dos placas paralelas en el que se establece una campo eléctrico de 1,2 10^3 N/C. Sol 0,015 kg*

152. *Determina el campo eléctrico creado por las cargas Q1= +2μC y Q2= -3μC en el punto P, si el ¿Qué fuerza actúa sobre una carga Q3= +5μC al situarla en el punto P?. Sol 1,31 10^4 N/C; 6,6· 10^{-2} N*



153. Representa el campo eléctrico creado por las cargas Q1 = +3µC y Q2= -6 µC en el punto P de la figura y determina su módulo. Sol $6{,}04 \cdot 10^{6}$ N/C.

154. Sabiendo que un núcleo de Litio tiene tres protones y que el radio del átomo de Litio es de $1{,}2 \cdot 10^{-10}$m, halla la fuerza con que el núcleo atrae al electrón. Sol $4{,}8 \cdot 10^{-8}$N

Anexo:

Deducción ley de la gravitación universal Newton a partir de las leyes de Kepler.

Suponiendo órbitas prácticamente circulares en las que su excentricidad es prácticamente 0 y por tanto considerando el movimiento prácticamente rectilíneo y uniforme

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$a_{cta} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Introduciendo el concepto de la tercera ley empírica d Kepler $\rightarrow T^2 = k\, R^3$

-Sustituyendo la expresión del periodo en el término aceleración centrípeta:

$$a_{cta} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{k \cdot R^3} = \frac{K}{R^2} \; como\ F = m a_{cta} \rightarrow a_{cta} = m \frac{K}{R^2}$$

$\boldsymbol{k}$ *es constante para cuerpos que orbitan en torno a una masa M determinada, y es inversamente proporcional a la masa del planeta*$\rightarrow \frac{K}{M} = G \rightarrow K = M \cdot G$

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$