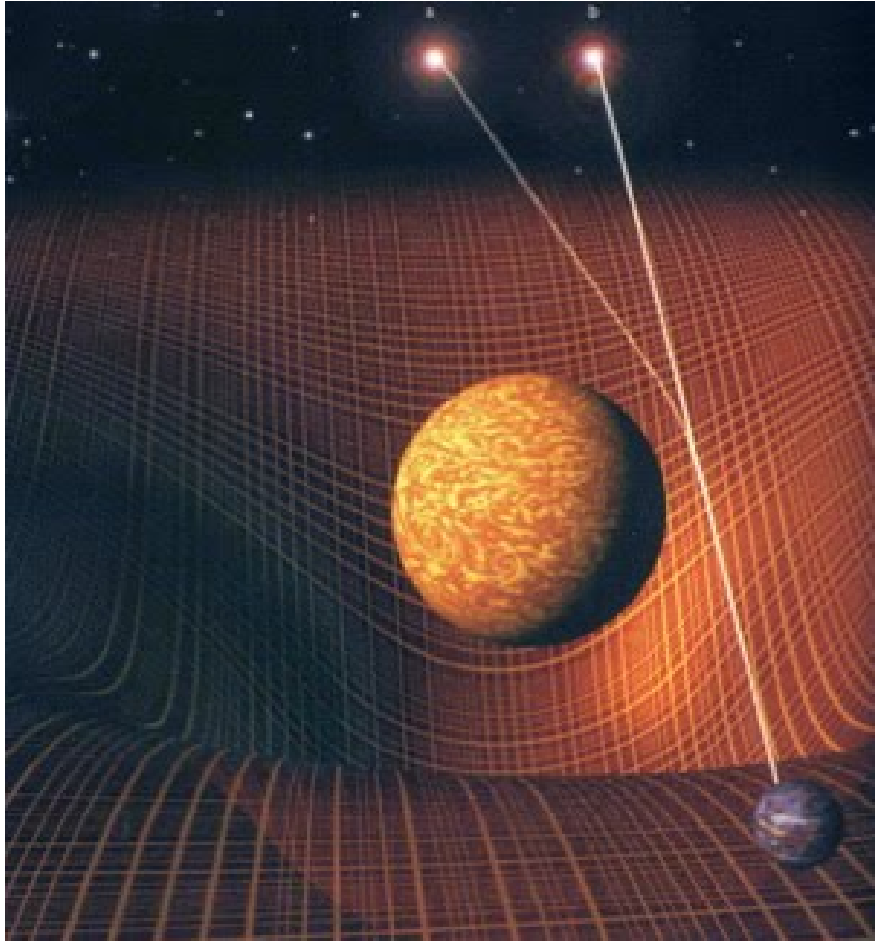


FÍSICA CUÁNTICA Y RELATIVISTA



- 1.- Crisis de la Física Clásica*
- 2.- Espectros discontinuos y átomo de Bohr*
- 3.- Efecto fotoeléctrico*
- 4.- Relatividad (algunos resultados a aplicar)*
- 5.- Efecto Compton*
- 6.- Hipótesis de De Broglie: dualidad onda-corpúsculo*

1.- CRISIS DE LA FÍSICA CLÁSICA

A finales del siglo XIX, las diversas ramas de la Física se integran dentro de un edificio teórico, general y coherente, cuyas grandes líneas son las siguientes:

Se distinguen dos categorías de objetos en el Universo: la **materia** y la **radiación**.

La **materia** es discontinua; está constituida por corpúsculos perfectamente localizables, sometidos a las leyes de la **Mecánica de Newton**. El estado de cada corpúsculo viene definido, en cada instante, por su **posición** y su **momento lineal**.

La **radiación** electromagnética sigue las leyes del **Electromagnetismo de Maxwell**. Sus variables dinámicas son las **componentes**, en cada punto del espacio, de los **campos eléctrico y magnético**. Presenta un comportamiento ondulatorio que se manifiesta particularmente, entre otros, en los conocidos fenómenos de interferencia y difracción.

De este modo, toda la ciencia física parece estar asentada coherentemente en estos dos pilares: la **Mecánica newtoniana** y la **Teoría electromagnética** de Maxwell.

Era tal el grado de satisfacción de la comunidad científica que algunos físicos, entre ellos uno de los más ilustres del siglo XIX, William Thompson (Lord Kelvin), llegó a afirmar:

Hoy día la Física forma, esencialmente, un conjunto perfectamente armonioso, ¡un conjunto prácticamente acabado! ... Aun quedan “dos nubecillas” que oscurecen el esplendor de este conjunto. La primera es el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley. La segunda, las profundas discrepancias entre la experiencia y la Ley de Rayleigh-Jeans.

La disipación de la primera de esas “dos nubecillas” condujo a la creación de la **Teoría Especial de la Relatividad** por Einstein (1905), es decir, al hundimiento de los conceptos absolutos de espacio y tiempo, propios de la mecánica de Newton, y a la introducción del “relativismo” en la descripción física de la realidad. La segunda “nubecilla” descargó la tormenta de las primeras ideas cuánticas, debidas al físico alemán Max Planck (1900): El origen de la **Teoría Cuántica**

Aparecen, en efecto, nuevos fenómenos y comportamientos que prueban la limitación de esta Física Clásica; son fenómenos y comportamientos que contradicen las mismas bases de la Física, y que no pueden ser explicados por ella. Es el nacimiento de la nueva Física Moderna.

A.- PRIMER ASPECTO CONFLICTIVO

Aparece como consecuencia de los **resultados negativos del experimento de Michelson y Morley**, encaminado a comprobar la existencia del éter.

Cuando en los comienzos del siglo XIX se comprobó la naturaleza ondulatoria de la luz como propagación de ondas electromagnéticas, surgió una duda de aparentemente difícil solución: ¿cómo puede propagarse la luz en el vacío si, al menos las ondas conocidas hasta entonces, precisan de un medio material de propagación?

Para subsanar este inconveniente se postuló la existencia de un medio hipotético, llamado éter, al que atribuyeron propiedades curiosamente paradójicas tales como densidad nula, gran elasticidad y transparencia perfecta.

Además, dicho éter, de existir, ocuparía todo el Universo, los cuerpos celestes se moverían en su seno, por lo que dicho éter podría ser considerado como un sistema absoluto de referencia.

La Tierra se movería respecto a él (la velocidad orbital de la Tierra es de unos 30 km/s) y, evidentemente, este movimiento influiría en los resultados de medición de la velocidad de la luz, según la orientación de los rayos luminosos respecto de la velocidad de movimiento del observador.

Así, para un observador situado sobre la Tierra, supuesto que ésta se mueva en el mismo sentido que la luz con velocidad v , la velocidad de la luz sería $c' = c - v$ mientras que si se mueve en sentido opuesto, $c'' = c + v$

Resultaba, pues, muy tentador comprobar la velocidad de la luz en distintos sistemas inerciales y determinar la influencia de tales sistemas en esa velocidad. Las experiencias realizadas por Albert A. Michelson y Edward W. Morley, en 1887, demostraron que:

• La velocidad de la luz en el vacío es constante en todos los sistemas inerciales, independientemente de la velocidad de la fuente y del observador.

De acuerdo con este resultado, la existencia del éter no tiene sentido físico alguno y no existe un sistema absoluto de referencia. Ahora bien, la experiencia de Michelson y Morley contradice las leyes básicas de la mecánica newtoniana. Es preciso pues analizarlas.

Se hace necesaria una revisión profunda de los fundamentos de la Física. Albert Einstein, en 1905, formula su **Teoría de la Relatividad Especial**, realizando un análisis crítico de las nociones de espacio y tiempo; decide abandonar la noción de espacio y tiempo absolutos y establecer como fundamento la invariancia de la velocidad de la luz en el vacío para cualquier sistema de referencia. Rompe así con los conceptos newtonianos clásicos de tiempo, espacio, masa, energía, momento lineal... debiendo ser redefinidos en función de estos nuevos fundamentos:

• Las leyes físicas son idénticas en todos los sistemas de referencia inerciales, siendo expresables mediante ecuaciones semejantes.

• La velocidad de la luz en el vacío es un invariante físico, y es además independiente del movimiento de la fuente emisora y del observador.

La nueva **Mecánica Relativista** que nace es una ampliación de la clásica: ésta se presenta como una aproximación válida en la medida en que las velocidades de los cuerpos materiales sean mucho menores que la velocidad de la luz.

Ampliación:

RELATIVIDAD DE GALILEO

Dos sistemas de referencia O y O' se denominan inerciales cuando están dotados de una velocidad relativa constante. O sea, por ejemplo O' se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme respecto de O .

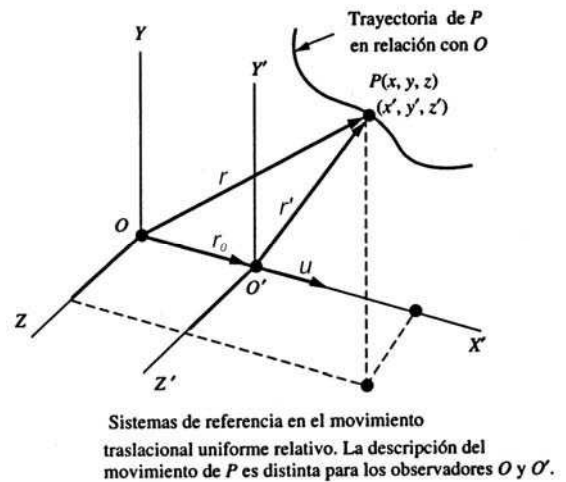
Entonces, si en uno de ellos se verifican las leyes de Newton, en el otro asimismo se verifican formalmente igual. Por consiguiente, no es posible distinguir dos SRI.

“No existe ningún referencial inercial especial, por lo que no sólo el movimiento sino todos los fenómenos físicos ocurren de la misma manera en todos ellos.”

Si los diferentes SRI no fuesen equivalentes, se intentaría buscar entre ellos uno en el que las leyes físicas se formularan de manera especialmente simple. Se estaría inclinado a considerarlo, por las ventajas que ofrece, en “reposo absoluto”, y a los demás “en movimiento”. La completa equivalencia de todos los SRI priva de todo significado a los términos “reposo y movimiento absolutos”.

Consideremos, pues, dos SRI: OXYZ y O'X'Y'Z'. Supongamos inicialmente ambos sistemas coincidentes O = O' y al segundo O'X'Y'Z' dotado de una velocidad u según el eje OX = O'X'. Entonces, la posición de P respecto de ambos sistemas ha de verificar: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$

$$\rightarrow \vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = x' + ut' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{array} \right. \quad (a)$$



Este conjunto de cuatro ecuaciones se denomina relaciones de TRANSFORMACIÓN DE GALILEO, y permiten determinar la posición de P respecto del sistema O' cuando se la conoce respecto de O. Nótese que la ecuación $t' = t$ significa el carácter absoluto del tiempo: los dos observadores O y O' miden los mismo intervalos de tiempo transcurridos entre dos sucesos.

Derivando la ecuación vectorial (a) se obtiene:

$$\frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{u} \rightarrow \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{array} \right. \quad (b)$$

Estas ecuaciones (b) son las que proporcionan las velocidades del punto P en el SRI O' en función de los valores obtenidos en el SRI O. Vemos cómo la velocidad es relativa al sistema en la que se mide: los observadores O y O' no obtienen el mismo resultado de tal medición.

Derivando la ecuación vectorial (b) se obtiene, teniendo presente que \vec{u} es constante:

$$\frac{d\vec{v}'}{dt'} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \vec{a}' = \vec{a} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{array} \right. \quad (c)$$

Este sistema señala que la aceleración de P medida por O o medida por O' tiene el mismo valor \Rightarrow la aceleración sí es un invariante en el cambio de referencial.

Si se admite que las masas de los cuerpos son invariantes, las fuerzas tendrán el mismo carácter absoluto que las aceleraciones. Es decir, todos los observadores galileanos coincidirán en los valores de las fuerzas (módulo, dirección y sentido). \Rightarrow La ecuación fundamental de la dinámica es válida para todos los SRI.

RESULTADO NEGATIVO DE LA EXPERIENCIA DE MICHELSON Y MORLEY

Supongamos el referencial O situado en el éter y O' situado en la Tierra, que se mueve respecto del éter con velocidad u en sentido positivo del eje X. Supongamos un rayo de luz que se acerca al observador O', según el sentido negativo del eje X. Llamando c a la velocidad de la luz medida por O (éter) la velocidad que mide O' (Tierra) debe ser, según (b): $c' = c + u$. Si por el contrario el rayo luminoso y el sentido del movimiento de la Tierra coinciden, desde O' (Tierra) se medirá una velocidad para dicho rayo: $c'' = c - u$

Se trataría pues de encontrar experimentos que permitieran medir esa velocidad u.

Michelson y Morley esperaban determinar la velocidad de la Tierra con respecto al éter, utilizando el interferómetro que lleva su nombre, de muy elevada precisión, capaz de determinar dicho valor. Repitieron su experimento (harto complejo para analizarlo aquí) muchas veces y en condiciones diferentes durante muchos años, y encontraron que, dentro de la precisión de sus mediciones, la velocidad de la luz con respecto a la Tierra era la misma en todas direcciones.

RELATIVIDAD ESPECIAL: Transformadas de Lorentz

Los resultados negativos del experimento de Michelson y Morley llevaron a Einstein a descartar el concepto de la existencia del éter. En su lugar propuso como ley universal de la naturaleza que:

La velocidad de la luz es un invariante físico, y tiene el mismo valor para todos los observadores que estén en movimiento relativo uniforme.

Esta ley y esta otra:

• Las leyes físicas son idénticas en todos los sistemas de referencia inerciales, siendo expresables mediante ecuaciones semejantes.

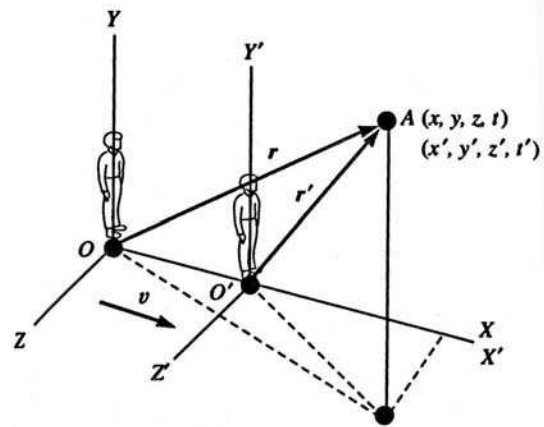
constituyen las nuevas bases de la Relatividad Especial, desarrollada por Einstein. Una primera consecuencia de ello es que el tiempo no es una magnitud absoluta: Dos observadores con movimiento relativo uniforme no miden igual intervalo temporal entre dos eventos posibles.

Supongamos que los observadores O y O' se mueven con velocidad relativa v y que los ejes X y X' están en la dirección del movimiento relativo, y los ejes YZ e Y'Z' son paralelos. Podemos suponer también que ambos observadores ajustan sus relojes de modo que t = t' = 0 cuando O y O' coinciden.

En estas condiciones, se muestra a continuación la nueva transformación, compatible con la invariancia de la velocidad de la luz:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{array} \right.$$

Este conjunto de relaciones fue obtenido por Einstein en 1905, quien lo llamó TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ, por haber sido propuesta anteriormente por H. Lorentz.



Este sistema de relaciones sustituye al de Galileo. Para valores de la velocidad v << c ambos sistemas coinciden => sólo cuando la velocidad v es próxima a la de la luz se hace preciso tener en cuenta este aspecto relativista. Pero esto es lo que ocurre justamente cuando se pretende estudiar el movimiento de partículas (electrones, protones, neutrones, ...) producidas en los aceleradores de alta energía, o incluso los electrones de un átomo: debemos utilizar la transformación relativista de Lorentz.

Algunas consecuencias

Contracción de las longitudes

Def.- La **longitud propia** de un objeto se define como la distancia entre sus extremos, medida en el sistema referencial en el cual el objeto está en reposo.

Sea una varilla de longitud $L' = x'_2 - x'_1$ que se mueve con velocidad v respecto de otro observador O . Por tanto, ésta es la longitud propia para el observador O' que se mueve con la varilla. El observador O ha de medir la longitud L de la varilla en movimiento, tomando nota de la posición de sus extremos, simultáneamente ($t_1 = t_2$), obteniendo como resultado $L = x_2 - x_1$. Entonces:

$$L' = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow L' > L$$

⇒ El observador O que mide la longitud L de un objeto en movimiento obtiene una medida menor que la correspondiente L' medida por O' en reposo respecto del objeto:

$$L_{\text{movimiento}} < L'_{\text{reposo}} \quad (\text{contracción de las longitudes}).$$

Dilatación del tiempo

Def.- **Tiempo propio** es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos sucesos que ocurren en el mismo lugar.

Sean dos sucesos t'_1 y t'_2 que el observador O' detecta en un mismo punto x' , medidos con su reloj. Sean t_1 y t_2 las medidas de los instantes de estos sucesos, dadas por O . Y sea v la velocidad con que O' se mueve respecto de O . Entonces, llamando $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ y $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{t'_1 + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow \Delta t > \Delta t'$$

⇒ El observador O detecta un tiempo entre dos sucesos más dilatado que O' para el cual ambos sucesos tienen lugar en un mismo punto, en reposo respecto de él.

$$\Delta t_{\text{movimiento}} > \Delta t'_{\text{reposo}} \quad (\text{Dilatación del tiempo})$$

B.- SEGUNDO ASPECTO CONFLICTIVO :

Se presenta al tratar de justificar clásicamente los resultados experimentales relativos a la emisión y absorción de energía radiante por los cuerpos materiales. Son de especial interés la emisión de radiación de un cuerpo al elevar su temperatura, el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton, la producción de rayos X, los espectros atómicos, ...

Algunos conceptos previos: Se llama radiación térmica de un cuerpo la radiación electromagnética que emite en función de la temperatura que posee.

Todo cuerpo emite energía en forma de OEM hacia el espacio, que son tanto más intensas cuanto más elevada es la temperatura del cuerpo emisor.

Pero a la vez, todo cuerpo recibe energía radiante emitida por los cuerpos que le rodean, absorbiendo de ella una cierta fracción (coeficiente de absorción).

Se denomina **cuerpo negro** a un cuerpo ideal que tiene la propiedad de absorber todas las radiaciones que llegan a él, cualquiera que sea su longitud de onda (coeficiente de absorción, unidad).

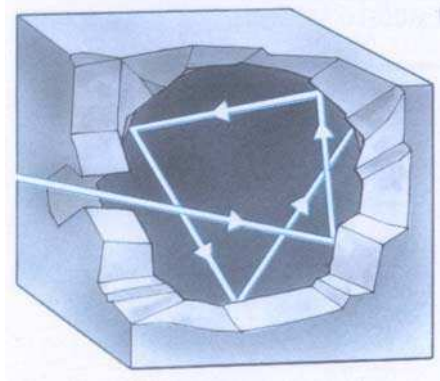
Una realización del cuerpo negro puede ser una cavidad de paredes internas muy absorbentes con un pequeño orificio, pues toda radiación que penetra por dicho orificio al interior queda absorbida tras varias reflexiones en sus paredes; el área del orificio de entrada es la superficie del cuerpo negro.

Al calentar un cuerpo negro, emite energía que sale al exterior por el orificio. Pues bien,

+ se llama **poder emisor E** la energía radiada por unidad de tiempo y de superficie emisora; se expresa en W/m^2 .

+ se llama **exitancia espectral M_λ** al poder emisor por unidad de intervalo espectral. Es decir:

$$dE = M_\lambda \cdot d\lambda \quad \text{o bien} \quad E = \int_0^\infty M_\lambda \cdot d\lambda$$



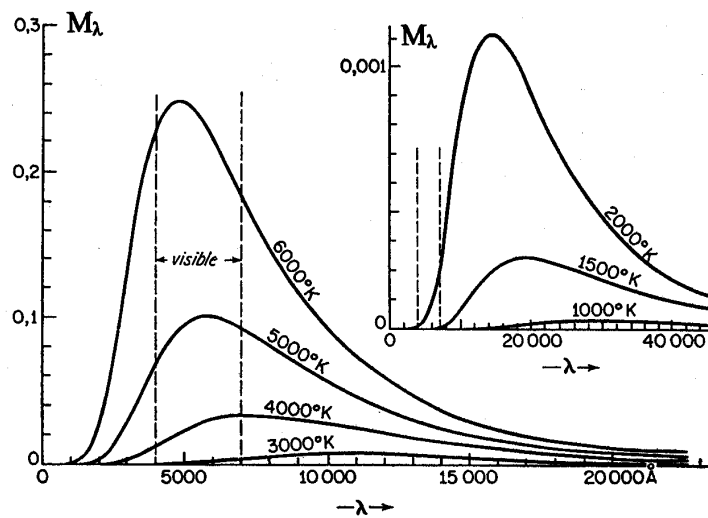
Del estudio de la radiación emitida por un cuerpo negro al calentarlo se obtienen dos leyes experimentales:

Ley de Stefan-Boltzmann: El poder emisor de un cuerpo negro es directamente proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:

$$E = \sigma T^4 \quad \text{donde } \sigma = 5,672 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \text{ es la constante de Stefan-Boltzmann}$$

Ley del desplazamiento de Wien: La longitud de onda de la radiación a la que corresponde la máxima exitancia se desplaza hacia longitudes de onda más cortas de modo que:

$$\lambda_{\text{max}} T = C \quad \text{donde } C = 2,897 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \text{ es la constante de Wien.}$$



Este comportamiento en la emisión, contrastado experimentalmente, choca frontalmente con el que se espera obtener a partir de la teoría clásica, basada en el electromagnetismo de Maxwell. Y es que a partir de esta teoría se llega conclusiones absurdas; por ejemplo, que la exitancia o poder emisor espectral crece monótonamente con la frecuencia, de modo que se hace infinita para cualquier temperatura cuando $\nu \rightarrow \infty$, es decir, cuando $\lambda \rightarrow 0$. Esta contradicción entre la experiencia concreta y la Teoría Clásica de la Radiación es lo que se denomina (“catástrofe del ultravioleta”).

Max Planck, en el año 1900, aventura una arriesgada hipótesis, según la cual:

• **La absorción y emisión de energía por la materia solamente puede realizarse mediante cantidades discretas de energía (cuantos de energía o fotones) cuyo valor viene dado por la expresión:**

$$E_\nu = h\nu \quad \text{donde } h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J.s es la constante de Planck}$$

Así pues, al igual que la materia, la energía es de naturaleza discontinua, de modo que para una determinada frecuencia ν , o longitud de onda λ , es siempre un múltiplo entero del cuanto o fotón: $E = n h \nu = n \frac{hc}{\lambda}$.

En base a esta hipótesis, la distribución de la radiación queda justificada (Fórmula de Planck). Pero ello a expensas de sobrepasar los límites de la Física Clásica, introduciendo un principio de cuantificación para la energía.

Ampliación:

Los físicos ingleses Lord Rayleigh y Sir James Jeans intentan dar una explicación de las curvas gráficas experimentales que describen la distribución de la energía radiada por un cuerpo negro, en función de las longitudes de onda (o de las frecuencias) de la radiación emitida. Llegan a una expresión muy adecuada para longitudes de onda largas (frecuencias pequeñas: **Ley de Rayleigh-Jeans**. Pero esta ley no puede ser aplicada a altas frecuencias, llegando al absurdo de obtener valores inaceptablemente grandes para poderes emisivos espectrales, valores que tienden a infinito.

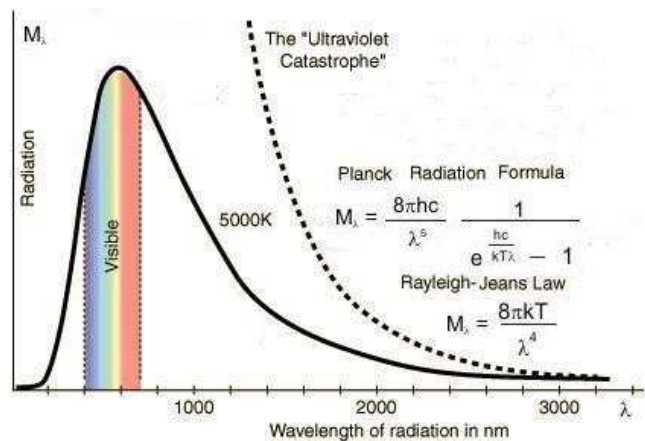
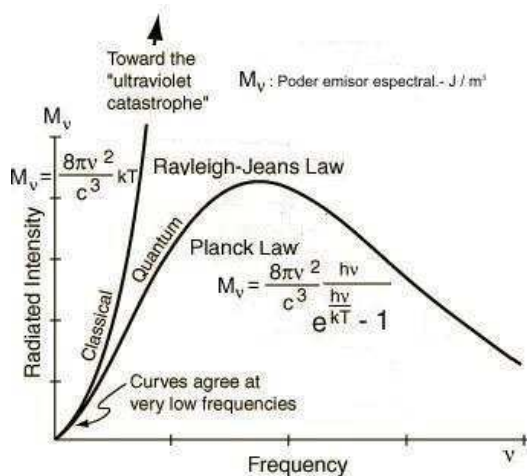
$$M_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad \Leftrightarrow \quad M_\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT$$

La hipótesis introducida por Max Planck (cuantización de la energía emitida (en fotones de energía $h\nu$)) conduce a la Fórmula de Planck. Ésta sí que está de acuerdo con los resultados experimentales:

$$M_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad M_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

donde: c es la velocidad de la luz en el vacío,
 k es la constante de Boltzmann
 h es la constante de Planck

$c \cong 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$



Así como el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley marcó el origen de la Teoría de la Relatividad, la “catástrofe del ultravioleta” abrió el camino hacia la **Mecánica Cuántica**, origen de las actuales teorías sobre la composición de la materia a escala atómica y subatómica.

2.- ESPECTROS DISCONTINUOS Y ÁTOMO DE BOHR

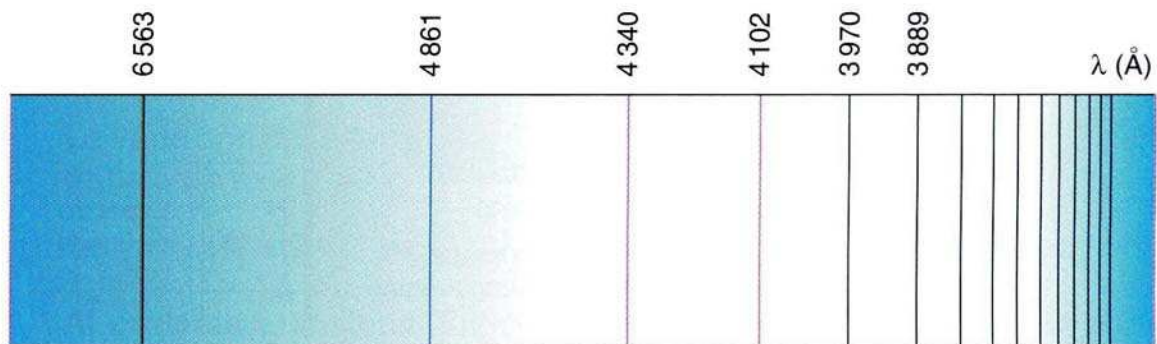
(Algunas ideas a recordar del curso pasado. Sólo interesa aquí hacer notar la aplicación, nuevamente, de las ideas de cuantificación de Planck, esta vez también a los niveles energéticos de los electrones en los átomos)

La descomposición de la luz blanca mediante un prisma origina un espectro que proporciona de forma continua las distintas luces de colores que conforman la luz blanca: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, añil, violeta. Pero si la fuente luminosa contiene una sustancia en forma atómica, el espectro obtenido se llama atómico y tiene una serie de rayas (espectro discontinuo), que sirven para identificar la muestra.

En 1885 el suizo J. Balmer estudió la zona del visible del espectro de hidrógeno, y encontró una ley empírica que permitía calcular las longitudes de onda de la serie de rayas (serie de Balmer). Era:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

donde λ es la longitud de onda de la raya, $n = 3, 4, 5, \dots$ toma todos los valores enteros a partir de 2, y $R_H = 1'097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ es la constante de Rydberg (para el hidrógeno).



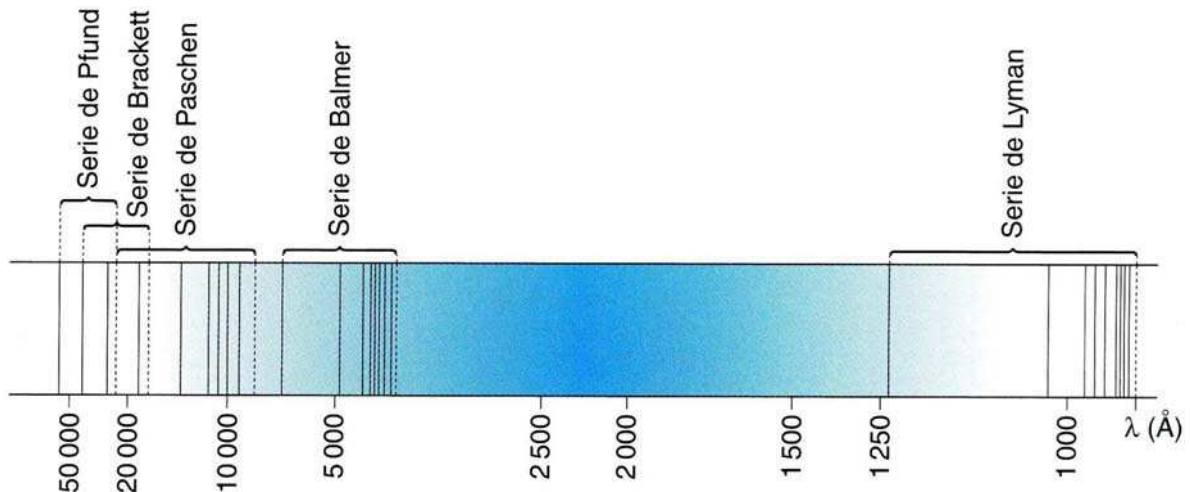
Espectro del hidrógeno en la región de las longitudes de onda visibles. Serie de Balmer

Posteriormente, mediante análisis fotográfico, fueron observadas otras series espectrales. Recibieron el nombre de sus descubridores. Añadiendo la serie anterior, resultan: Serie de Lyman (zona ultravioleta), serie de Balmer (zona visible), serie de Paschen (zona del infrarrojo próximo), serie de Brackett (zona del infrarrojo), serie de Pfund (zona del infrarrojo lejano).

La fórmula de Balmer puede generalizarse con bastante aproximación, resultando:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

donde; Serie de Lyman	$n_2 = 1$	$n_1 = 2, 3, 4, \dots, \infty$
Serie de Balmer	$n_2 = 2$	$n_1 = 3, 4, 5, \dots, \infty$
Serie de Paschen	$n_2 = 3$	$n_1 = 4, 5, 6, \dots, \infty$
Serie de Brackett	$n_2 = 4$	$n_1 = 5, 6, 7, \dots, \infty$
Serie de Pfund	$n_2 = 5$	$n_1 = 6, 7, 8, \dots, \infty$



Todos los físicos de la época son conscientes de que estos espectros de rayas son la manifestación externa del comportamiento interno de los átomos, ante la absorción o emisión de energía radiante por ellos.

En 1911 el británico **Ernest Rutherford** postula que el átomo está formado por un núcleo en el que se encuentra la casi totalidad de masa atómica y toda la carga eléctrica positiva. En torno al núcleo giran en órbitas los electrones, de carga negativa. El número de electrones es igual al de cargas eléctricas del núcleo, con el fin de mantener eléctricamente neutro al átomo.

Además indica que las **órbitas son circulares**, de forma que la estabilidad del conjunto se debe a que la fuerza centrípeta que experimenta el electrón girando en torno al núcleo es igual a la fuerza electrostática de atracción entre el núcleo y el electrón. (La interacción gravitatoria, por ser mucho menor, se desprecia frente a la electrostática).

Este modelo presenta una gran dificultad para ser asumido: Los electrones en su movimiento orbital presentan una aceleración centrípeta. Pues bien, de acuerdo con la teoría electromagnética clásica, toda partícula cargada con aceleración irradia energía en forma de ondas electromagnéticas. Por tanto los electrones, en su movimiento orbital van perdiendo energía. Y si es así, no pueden mantener su órbita circular, y describirán una órbita en espiral hasta colapsar con el núcleo. \Rightarrow El átomo de Rutherford no es estable.

En 1913, el danés **Niels Bohr** modifica el modelo de Rutherford al aplicar el concepto de cuantización de la energía de Planck, y alcanzando un gran éxito al explicar los espectros atómicos y justificar teóricamente la fórmula empírica de Balmer del espectro del átomo de hidrógeno.

El modelo atómico de Bohr se sustenta en los siguientes postulados:

1º. Los electrones giran alrededor del núcleo en determinadas órbitas circulares, sin emitir ni absorber energía radiante en las mismas (órbitas estacionarias).

2º. Estas órbitas son aquellas para las que el momento angular del electrón ($m_e v r$) es un nº entero de $h/2\pi$:

$$m_e r_n v_n = n h/2\pi$$

donde $n = 1, 2, 3, \dots$ se denomina nº cuántico principal; y h es la constante de Planck.

Esto significa que la energía de las órbitas y sus radios están cuantificados.

Vamos a calcular, en desarrollo semiclásico, los radios r_n y las energías E_n de cada nivel, en el átomo de hidrógeno (sistema protón-electrón):

Radios r_n : Hipótesis de Bohr:

$$m_e v_n r_n = n h/2\pi \rightarrow m_e^2 v_n^2 = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 r_n^2} \rightarrow m_e v_n^2 = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 r_n^2 m_e}$$

Fuerza de Coulomb = masa x aceleración centrípeta_

$$m_e \frac{v_n^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2} \rightarrow m_e v_n^2 = k \frac{e^2}{r_n}$$

Igualando ambas expresiones y despejando r_n resulta: $r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2 m_e}$

Operando, para $n = 1$, y siendo $\left\{ \begin{array}{l} h = 6'63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2} \\ e = 1'6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ m_e = 9'1 \times 10^{-31} \text{ kg} \end{array} \right. \Rightarrow r_1 = 5'3 \times 10^{-11} \text{ m} = 53 \text{ picometros}$

Éste es el llamado "**radio de Bohr**" y corresponde con el de la órbita más interior: $a_0 = 5'2917 \times 10^{-11} \text{ m}$
Los siguientes radios se obtienen haciendo $n = 2, 3, 4, \dots$ en la expresión abreviada:

$$r_n = n^2 a_0$$

$r_2 = 2'11 \times 10^{-10} \text{ m} \quad r_3 = 4'76 \times 10^{-10} \text{ m} \quad r_4 = 8'47 \times 10^{-10} \text{ m} \quad r_5 = 1'32 \times 10^{-9} \text{ m} \quad \text{etc...}$

Niveles de energía E_n :

En analogía con el estudio del campo gravitatorio, y para órbitas circulares, la energía total del electrón en su órbita es la mitad de su energía potencial eléctrica, e igual a la energía cinética, pero negativa:

$$E_p = -k \frac{e^2}{r} \quad E_c = -\frac{1}{2} E_p = \frac{ke^2}{2r} \quad E = \frac{1}{2} E_p = -\frac{ke^2}{2r}$$

Por tanto, energía del nivel n-simo:

$$E_n = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{n^2 h^2 / 4\pi^2 k e^2 m_e} = -\frac{2\pi^2 k^2 e^4 m_e}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{2'169 \times 10^{-18}}{n^2} \text{ julios}$$

$$E_n = -\frac{13'6}{n^2} \text{ electronvoltios}$$

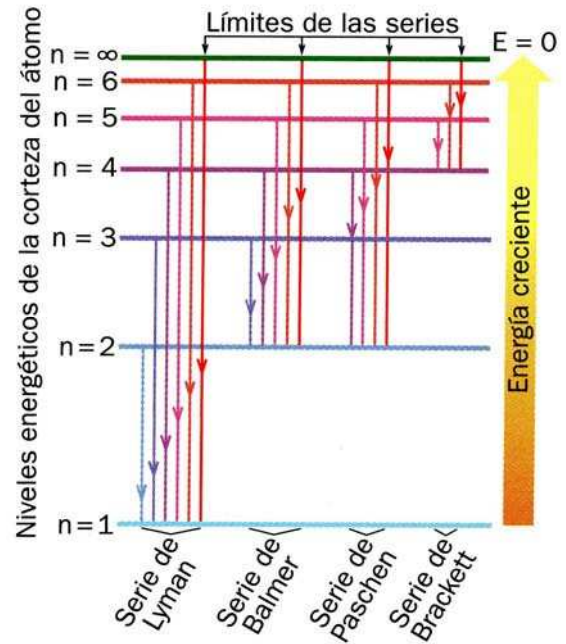
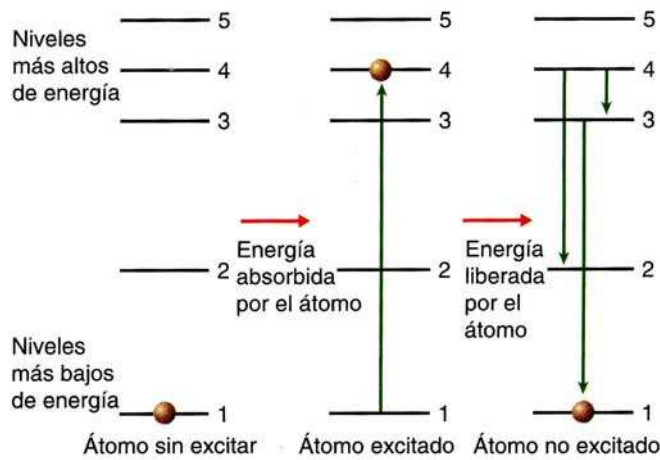
Así que el nivel fundamental es $E_1 = -13'6 \text{ eV}$,

y los sucesivos niveles: $E_2 = -3'40 \text{ eV}$ $E_3 = -1'51 \text{ eV}$ $E_4 = -0'85 \text{ eV}$... según la fórmula anterior.

3º. Siempre que un átomo absorbe o emite energía lo hace mediante cuantos de energía completos (fotones), de valor $h\nu$, y es consecuencia de que los electrones experimentan un tránsito entre niveles.

Cuando un electrón absorbe un fotón, salta a un nivel superior, quedando el átomo excitado. Al desexcitarse emite la misma cantidad de energía en forma de fotones.

La interpretación teórica de los espectros atómicos se basa en que los electrones de los átomos pueden situarse estacionariamente en ciertos estados, caracterizados por valores de energía determinados, llamados niveles de energía.



La transición entre dos niveles o estados E_i (nivel inicial) y E_f (nivel final) da lugar a la emisión o absorción de radiación en forma de un fotón $h\nu$.

Sea $\Delta E = |E_f - E_i| = 13'6 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$. Si pensamos, por ejemplo, en la tercera raya del espectro de

Balmer, supone un salto del electrón desde el nivel 5 al nivel 2, emitiendo un fotón. ¿Cuál es su longitud de onda?

$$\Delta E = h \nu = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

$$\Delta E = 13'6 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 2'856 \text{ eV} = 4'57 \times 10^{-19} \text{ julios}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6'62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4'57 \times 10^{-19}} = 4'353 \times 10^{-7} \text{ m} = 435'3 \text{ nanometros}$$

Aplicando la fórmula experimental de Balmer $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ hubiéramos obtenido 434'1 nm;

¡¡¡Una buena comprobación!!!

La absorción de un cuanto de radiación de energía $\Delta E = h \nu$ por parte de un electrón hace que éste pase de un nivel a otro superior, llamado también **estado excitado**. La vuelta del electrón desde el estado excitado al inicial, bien directamente o a través de otros estados intermedios, hace que se puedan emitir fotones de frecuencias distintas. Cada una de estas transiciones dará origen a una línea en el espectro, lo que explica que en el espectro de un átomo aparezcan varias rayas o líneas, de forma que cada una de ellas tiene una frecuencia o longitud de onda determinada.

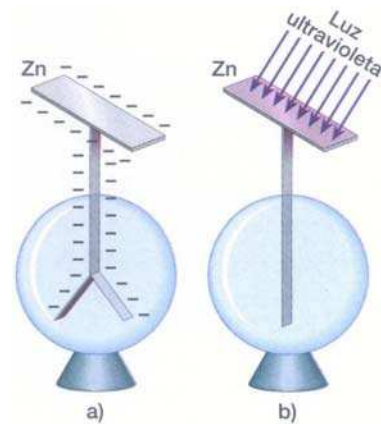
Como en cualquier muestra de una sustancia existen billones de átomos, se puede estar seguro de que en cualquier momento estarán representadas todas las posibles formas de excitación y emisión de energía y por consiguiente en el espectro no aparecerá una única raya, sino varias líneas.

Aunque el éxito del modelo de Bohr fue extraordinario, pronto surgieron discrepancias, pues con mejores espectroscopios se encontró que muchas de las rayas espectrales del átomo de hidrógeno eran en realidad varias rayas muy próximas entre sí. En 1925, Werner Heisenberg sugiere que el modelo atómico mecánico del tipo de Bohr debe abandonarse, y aparece lo que ha pasado a denominarse la **Teoría Cuántica Moderna**.

3.- EFECTO FOTOELÉCTRICO

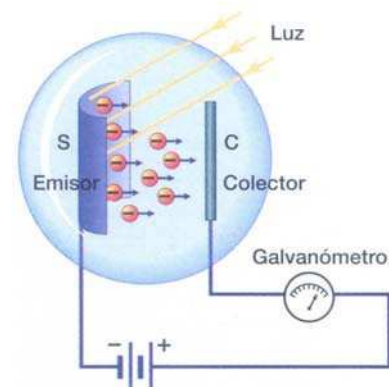
En 1888, Hallwachs y sus colaboradores observaron que una lámina de cinc, cargada negativamente y conectada a un electroscopio, perdía rápidamente su carga al ser iluminada con luz ultravioleta. También observaron que si se utilizaba un filtro que eliminase las radiaciones de longitud de onda más corta, el fenómeno no se producía.

Este hecho experimental y otros similares permitieron suponer que, bajo la acción de ciertas radiaciones de pequeña longitud de onda, el cinc y otros metales emiten electrones (Lenard, 1889), denominándose a este fenómeno **efecto fotoeléctrico**.



En general, al iluminar una superficie metálica con luz, hay electrones que son capaces de absorber energía radiante y abandonar dicha superficie.

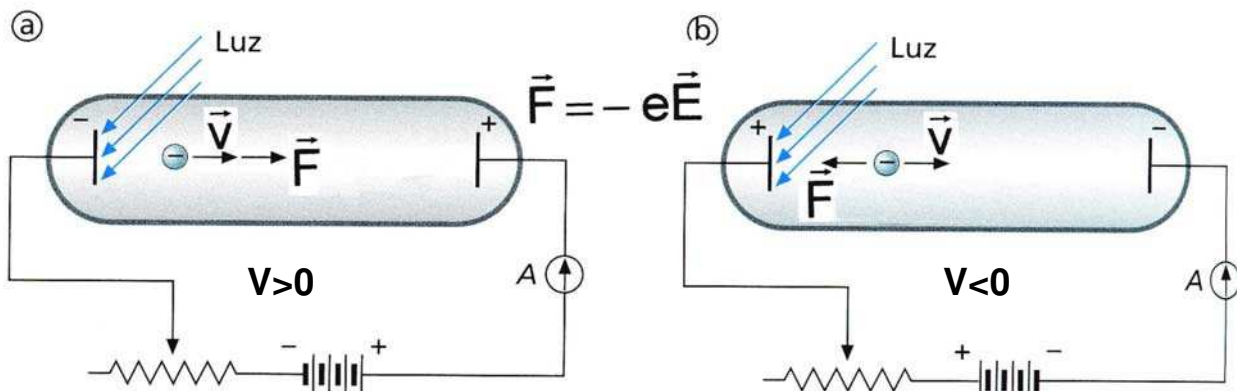
Para estudiar con detalle las posibles variables que intervienen en el efecto fotoeléctrico (frecuencia de la luz incidente, velocidad de los electrones emitidos, número de electrones emitidos...) se ideó un dispositivo (célula fotoeléctrica) como el esquematizado en la figura.



El haz de luz incide sobre la superficie metálica fotosensible S (emisor) y los electrones emitidos por ella son captados por el colector C, mantenido por medio de un generador a un potencial V positivo respecto al emisor ($V \equiv V_C - V_S$), figura a). Emisor y colector están contenidos en un recinto transparente donde previamente se ha hecho el vacío.

La corriente eléctrica producida por los electrones emitidos se detecta mediante el galvanómetro (o intercalando en serie un microamperímetro). Variando el voltaje V aplicado, pueden estudiarse las velocidades de estos electrones y sus energías cinéticas, $\frac{1}{2} mv^2$, cuando abandonan la superficie.

Cuando $V = 0$, puede ocurrir que haya algún electrón con energía cinética suficiente para llegar hasta el colector C , originando una corriente.

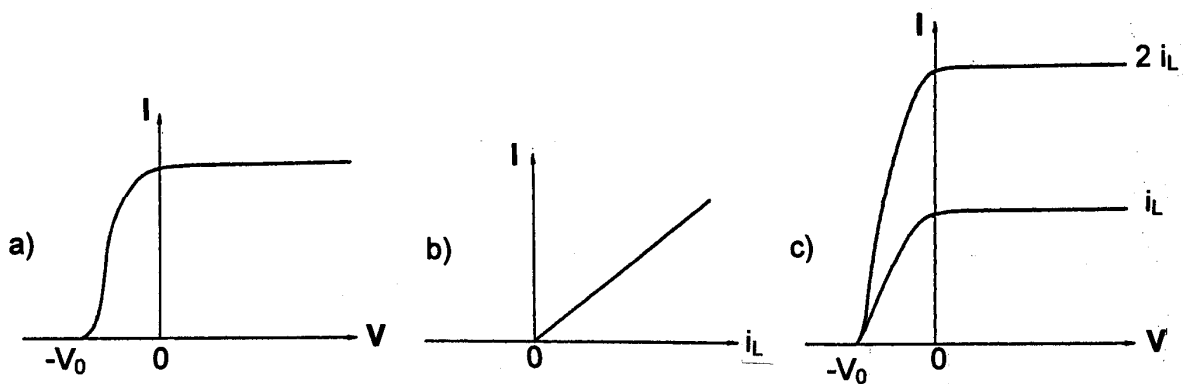


Pero si $V < 0$ (el potencial del emisor es ahora mayor que el del colector, figura b), el campo eléctrico producirá una fuerza retardadora sobre los electrones, y la corriente I decrecerá (pues no todos los electrones que abandonan el emisor S llegan al colector C). Ver la curva de la gráfica a).

El potencial retardador V_0 que impide que incluso los electrones más energéticos lleguen a C, anulando la corriente ($I = 0$), se conoce con el nombre de **potencial crítico de frenado** (o potencial retardador). En esta situación:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e V_0$$

Llamaremos i_L a la intensidad de la luz irradiante (en vatios/m²), y recordamos que $V \equiv V_C - V_S$ es el potencial de C respecto de S. El experimento conduce a los siguientes resultados:



1º.- Para cada metal emisor, en S, existe una **frecuencia umbral** ν_0 por debajo de la cual el efecto fotoeléctrico no se produce.

2º.- El efecto fotoeléctrico se produce **“instantáneamente”**, inmediatamente después de iluminar el metal emisor.

3º.- La intensidad de la corriente eléctrica I (y por tanto, el número de electrones extraídos por unidad de tiempo) es **proporcional** a la intensidad de la radiación incidente i_L (figura c)).

4º.- Para cada metal emisor, el potencial crítico retardador V_0 (y por tanto, la energía cinética máxima de los electrones extraídos) es **independiente** de la intensidad de la radiación i_L (figura c), **dependiendo** de la frecuencia ν de la radiación (figura d).

Según la Física Clásica, las gráficas a y b (resultado 3º) son explicables. Sin embargo los resultados 1º, 2º y 4º no lo son.

La gráfica de la figura a): La distribución en energía de los electrones emergentes, que se manifiesta en la caída gradual de la curva, se puede atribuir a diferencias en la energía de enlace de los diversos electrones del metal. Los electrones, en efecto, no escapan espontáneamente del metal, sino que están atraídos por los núcleos positivos. El resultado es razonable.

La gráfica de la figura b) y el resultado 3º:

Al aumentar la intensidad de radiación i_L , aumenta la energía absorbida por la superficie emisora, y entonces ello debe dar lugar a un número proporcionalmente mayor de electrones emitidos, y por tanto una intensidad de corriente I proporcional.

El resultado 2º: Clásicamente debería de haber un tiempo de retardo entre el comienzo de la iluminación y la aparición de la corriente: es el tiempo que tarda el metal en absorber la energía suficiente que es proporcionada por la onda incidente. Por ejemplo, si $i_L = 10^{-10} \text{ W.m}^{-2}$ y $\lambda = 500 \text{ nm}$, la teoría predice que podrían transcurrir unas 10 horas antes de que los electrones pudieran acumular suficiente energía para abandonar el metal. Pues bien, el efecto se produce ¡¡ instantáneamente !!

Los resultados 1º y 4º: A mayor intensidad i_L de la onda incidente, mayor debería de ser la energía de los electrones extraídos, pues la energía de la onda es proporcional a su intensidad. Además, cualquiera que sea su frecuencia ν , la onda debe ser capaz de suministrar la energía suficiente a los electrones para ser emitidos; es cuestión de aumentar su intensidad. Es por tanto inexplicable que la energía cinética máxima de los electrones extraídos sea independiente de i_L y dependa en cambio de la frecuencia ν , existiendo un valor umbral ν_0 inferior.

La hipótesis de los cuantos, debida a M. Planck, sirvió a A. Einstein (1905) para explicar plenamente el efecto fotoeléctrico y establecer su ecuación.

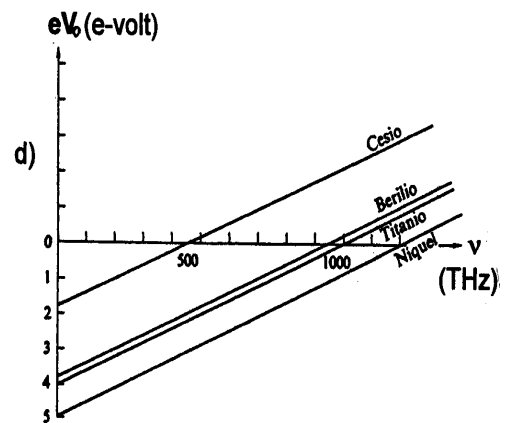
El mecanismo de emisión y absorción de energía radiante por los cuerpos no se explica según el modelo ondulatorio, sino considerando que la energía sólo puede transferirse en forma de cuantos discretos de valor $h\nu$. Con esta hipótesis cuántica, podemos pensar que el proceso de extracción tiene lugar así:

La energía $h\nu$ captada por el electrón ha de servir en primer lugar para liberarlo de la atracción del núcleo (**energía o trabajo de extracción**, W), quedando el resto de energía en forma de energía cinética del electrón ya libre, $\frac{1}{2} m v^2$. Así pues:

$$h\nu = W + \frac{1}{2} m v^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m v^2 = h\nu - W$$

Los electrones menos ligados requerirán una energía W_0 mínima; éstos quedarán libres con una energía cinética máxima. Para ellos

$$h\nu = W_0 + \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - W_0$$



Expresemos la energía de extracción W_0 así: $W_0 \equiv h\nu_0$. Para frecuencias $\nu < \nu_0$ los electrones no pueden liberarse pues la energía de sus fotones es menor que la energía de extracción, $h\nu < W_0$.

Por consiguiente es razonable la existencia de una frecuencia umbral ν_0 , la más baja capaz de promover la emisión electrónica, $\nu = \nu_0$. Para ella, el electrón quedaría justamente libre, y sin energía cinética, o sea $v_{\max} = 0$.

En cambio, si $\nu > \nu_0$, el electrón abandona el metal con una cierta energía cinética: la dada por $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - W_0$. En función de esa frecuencia, la anterior ecuación se escribe:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0)$$

que se denomina "**ecuación fotoeléctrica de Einstein**".

Admitido este mecanismo, se explican los resultados experimentales satisfactoriamente:

2°.- La emisión es instantánea, porque la absorción de la energía $h\nu$ por el electrón se realiza no de forma gradual (onda) sino instantáneamente (absorción de un fotón).

3°.- La intensidad de corriente I es proporcional a la intensidad de la radiación i_L . En efecto, al crecer ésta es mayor el número de fotones que aporta por unidad de tiempo en la incidencia y consecuentemente el número de electrones extraídos del metal, lo que da lugar, proporcionalmente, a una intensidad de corriente I mayor.

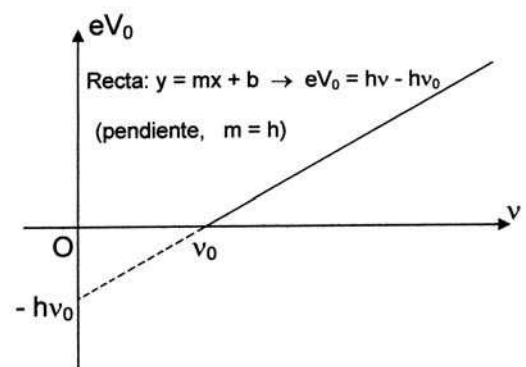
1°.- Pero se precisa que la radiación posea una frecuencia $\nu \geq \nu_0$ para que dicha emisión sea posible, pues sólo así el electrón puede escapar a la ligadura del metal,

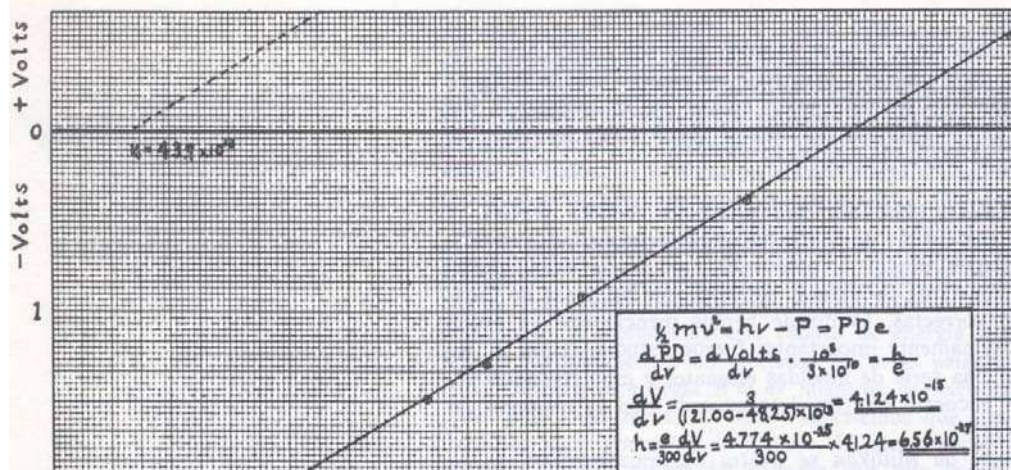
Finalmente, a mayor frecuencia ν mayor es la energía cinética máxima que adquieren los electrones que escapan, y por tanto mayor es el potencial retardador V_0 , el cual no depende de la intensidad de la radiación i_L . La gráfica de la figura d) nos lo muestra. En ella se representa para diferentes metales (cesio, berilio, ...) el valor de eV_0 en función de la frecuencia ν :

$$eV_0 = h\nu - h\nu_0$$

Vemos cómo:

- + cada metal posee su propia frecuencia umbral ν_0 .
- + la pendiente de las rectas es justamente la constante de Planck h , la misma para cualquier metal emisor.





Gráfica tomada de Millikan (R. A. Millikan, *Physical Review* 7, 355 (1916)) que representa la relación lineal entre el potencial crítico de frenado V_0 y la frecuencia de la luz para una superficie fotosensible de sodio. Como se ve, Millikan presentó su cálculo de la constante de Planck basándose en la recta de la figura.
(Proporcionado por *The Physical Review*)

4.- RELATIVIDAD (ALGUNOS RESULTADOS A APLICAR)

Con el fin de poder explicar convenientemente algunos otros fenómenos físicos, veamos una serie de resultados obtenidos a partir de la teoría de la Relatividad especial. En efecto, hemos de aplicarlos a situaciones físicas en las que las partículas llevan velocidades suficientemente elevadas para que la Física Clásica no sea aplicable.

1.- La velocidad de la luz en el vacío es independiente del sistema de referencia (SR) desde el que se mida, y es a su vez la velocidad máxima de transmisión de los fenómenos físicos. Valor:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \cong 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

2.- Toda partícula posee una energía total $E = mc^2$ donde m es su masa.

3.- La masa de una partícula depende del SR en el que se mide. Llamando m_0 a la masa de la partícula en reposo respecto a dicho SR, y m a su masa cuando la partícula se encuentra en movimiento, con velocidad v respecto a dicho SR, se verifica:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

4.- El momento lineal p de una partícula de masa m y velocidad v es $p = m v$. También puede escribirse así:

$$p = \sqrt{m^2 - m_0^2} c$$

En efecto,
$$p = (m^2 - m_0^2)^{\frac{1}{2}} c = \left[\frac{m_0^2}{1 - v^2 / c^2} - m_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} c = m_0 \left[\frac{1}{1 - v^2 / c^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} c = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = m v$$

5.- La energía cinética de una partícula se define como la diferencia entre su energía E a velocidad v menos la que posee en reposo, E_0 .

$$E_c \equiv E - E_0 = m c^2 - m_0 c^2 \Rightarrow E_c = (m - m_0) c^2$$

Para velocidades $v \ll c$, se tiene:

$$E_c = (m - m_0) c^2 = m_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right] c^2 = \left[(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] m_0 c^2$$

Recordando que para $x \ll 1$ se verifica: $(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots \cong 1 + nx$, y que éste

es nuestro caso para $v \ll c$, hacemos $(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$

$$E_c \cong (1 + \frac{1}{2} v^2/c^2 - 1) m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 \rightarrow E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

expresión que en la Mecánica Clásica aceptamos como definición de la energía cinética. No es sino una aproximación de la definición relativista para velocidades pequeñas, en cuyo caso, asimismo, $m \cong m_0$.

6.- La relación entre la energía de una partícula y su momento lineal es:

$$E = c \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

Se justifica así: $p^2 = m^2 c^2 - m_0^2 c^2 \Rightarrow m^2 c^2 = m_0^2 c^2 + p^2$

$$E^2 = m^2 c^4 = (m^2 c^2) c^2 = (m_0^2 c^2 + p^2) c^2 \Rightarrow E = c \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

7.- Fotón.- Si se postula un comportamiento del fotón como corpúsculo cuya masa en reposo es nula, $m_{f0} = 0$, y su energía es $E_f = h \nu$, entonces

$$E_f = h \nu = m_f c^2 \Rightarrow m_f = h \nu / c^2$$

m_f sería la masa asociada al fotón con velocidad c . El momento lineal p_f de fotón es entonces:

$$p_f = \sqrt{m_f^2 - m_0^2} c = m_f c = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

De acuerdo con lo visto, pues:

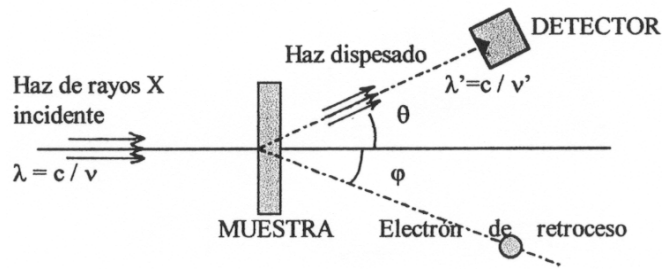
Un fotón es un corpúsculo energético, sin masa en reposo, con velocidad c en el vacío, cuya energía es $h\nu$ y su momento lineal es h/λ .

5.- EFECTO COMPTON

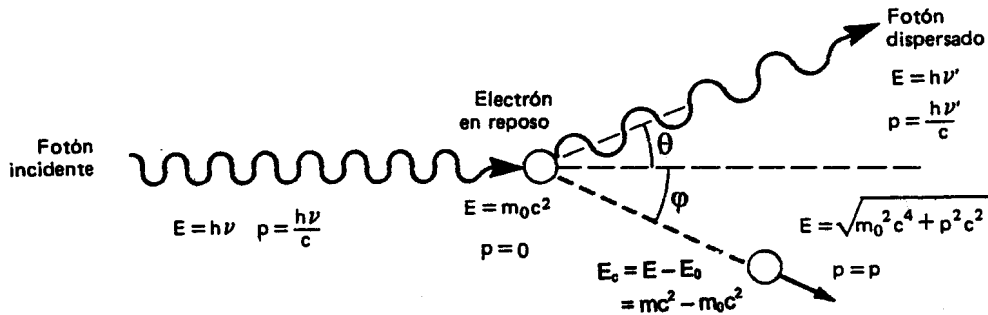
Como en fenómenos anteriormente vistos, el efecto Compton, detectado por A. H. Compton en 1923, muestra la evidencia del comportamiento cuántico-corpúscular de la energía electromagnética.

Al incidir sobre una muestra, por ejemplo de grafito, con un haz de rayos X (longitud de onda, λ), y analizar a continuación la radiación dispersada bajo diversos ángulos, se observa que además de la radiación incidente (de longitud de onda λ), aparece una componente de frecuencia inferior a la incidente ($\lambda' > \lambda$), frecuencia que depende del ángulo de observación.

Clásicamente, este hecho es inexplicable: la radiación dispersada debería mantener su frecuencia, y efectivamente una parte de ella lo hace, pero ¿de dónde procede la componente de frecuencia inferior y por qué su dependencia del ángulo de dispersión?



Sólo se encuentra una explicación coherente si, una vez más, se supone el haz incidente como un chorro de fotones, de energía $h\nu$ y momento lineal h/λ , que colisiona con los electrones de la muestra irradiada.



Tomando como base esta hipótesis, el problema a resolver se reduce al de choque entre dos partículas, el fotón y el electrón.

En el choque, que consideraremos elástico, se conserva el momento lineal del sistema fotón-electrón y su energía cinética. De acuerdo con la figura anterior:

- Conservación del momento lineal: $\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} + \vec{p}$
 - Conservación de la energía cinética: $h\nu = h\nu' + (m - m_0)c^2$
- $$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p \cdot \cos \varphi \\ 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

Así pues, el sistema a resolver sería (teniendo en cuenta que la energía del electrón es $E = mc^2$):

$$\begin{cases} cp \cdot \cos \varphi = h\nu - h\nu' \cdot \cos \theta \\ cp \cdot \sin \varphi = h\nu' \cdot \sin \theta \\ E = h(\nu - \nu') + m_0c^2 \end{cases}$$

Elevando al cuadrado las dos primeras ecuaciones y sumándolas, resulta:

$$c^2p^2 = h^2(\nu^2 + \nu'^2) - 2h^2\nu\nu' \cdot \cos \theta \tag{1}$$

La tercera ecuación del sistema puede escribirse, (teniendo en cuenta que $E = \sqrt{m_0^2c^4 + c^2p^2}$)

$$\sqrt{m_0^2c^4 + c^2p^2} = h(\nu - \nu') + m_0c^2$$

Elevando al cuadrado, despejando c^2p^2 y simplificando se llega a:

$$c^2p^2 = h^2(\nu - \nu')^2 + 2h(\nu - \nu')m_0c^2 \tag{2}$$

De (1) y (2): $h^2(\nu^2 + \nu'^2) - 2h^2\nu\nu' \cdot \cos \theta = h^2(\nu - \nu')^2 + 2h(\nu - \nu')m_0c^2$

Desarrollando y simplificando la anterior expresión, resulta: $(\nu - \nu')m_0c^2 = h\nu\nu'(1 - \cos\theta)$

$$\Rightarrow \frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)$$

Sustituyendo las frecuencias por sus correspondiente longitudes de onda, $\nu = c/\lambda$ y $\nu' = c/\lambda'$, resulta:

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{\lambda' - \lambda}{c}$$

y por tanto:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$$

Fórmula de Compton

La cantidad $\lambda_C \equiv \frac{h}{m_0c} = \frac{6.6256 \times 10^{-34}}{9.1091 \times 10^{-31} \times 2.9979 \times 10^8}$ metros = 2.43×10^{-12} metros se conoce

con el nombre de **longitud de onda de Compton**, del electrón ($\lambda_C = 0.0243 \text{ \AA}$). dan lugar a este tipo de dispersión.

La longitud de onda de la luz dispersada es, según la ecuación obtenida, mayor que la de la luz incidente, pero la diferencia es muy pequeña por lo que sólo experimentando con rayos X duros (los de longitud de onda más pequeña) puede ser observado el efecto estudiado.

Hay que hacer notar que el fenómeno de dispersión de la radiación electromagnéticas por un electrón no precisa de la mecánica moderna para ser explicado. Lo específico del efecto Compton, sólo explicable mediante hipótesis cuánticas, se ciñe al hecho de que la frecuencia de la radiación dispersada sea inferior a la incidente, dependiendo de la dirección de observación.

Al observar bajo un ángulo θ , la radiación dispersada presenta dos componentes: una de igual frecuencia ν que la incidente, y otra de frecuencia ν' menor que ν , que responde a la fórmula de Compton.

La primera está perfectamente justificada, clásicamente. Las ondas electromagnéticas incidentes (rayos X) fuerzan a los electrones ligados en los átomos a oscilar de acuerdo con la frecuencia excitadora ν . Estos electrones, en oscilación forzada, emitirán entonces radiación electromagnética de la misma frecuencia, en todas direcciones, al desexcitarse. En este proceso, el estado de átomo se perturba tan sólo temporalmente, y los electrones no son expulsados. Cabe esperar que son precisamente los electrones más fuertemente ligados los que dan lugar a este tipo de dispersión.

Pero hay otros electrones, vinculados al átomo mucho más débilmente, por lo que pueden ser expulsados en el proceso de dispersión. Se puede esperar, por tanto, que estos electrones, de modo similar a los otros, sean excitados por el haz de radiación; pero en este proceso la energía captada sólo es devuelta parcialmente, pues el electrón sale liberado, con una cierta energía cinética, en una cierta dirección; y al hacerlo, emite la energía restante en forma de fotón, evidentemente de energía menor. Y este es justamente el efecto observado y estudiado por Compton.

Véase en la figura de la página siguiente las gráficas de dispersión obtenidas en un proceso de irradiación de una lámina de grafito mediante rayos X, obtenidos en un tubo cuyo ánodo es de molibdeno. La longitud de onda empleada es $\lambda = 0.710 \text{ \AA}$, que corresponde a la radiación K_α del molibdeno.

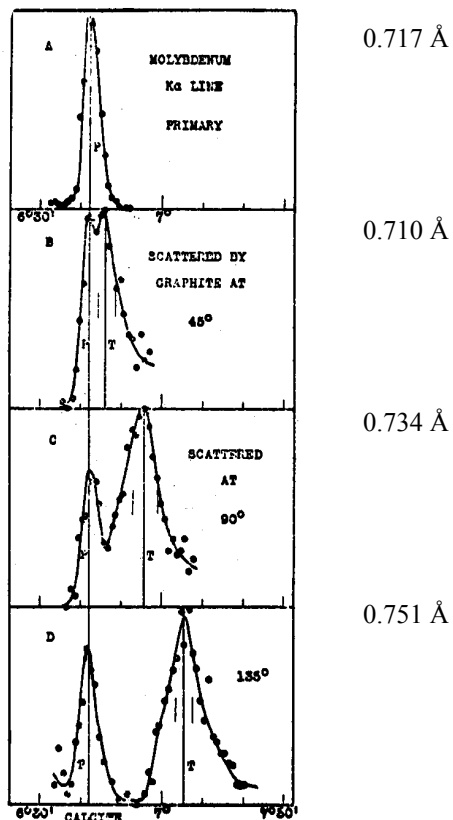


Gráfico tomado del artículo de Compton (*Phys. Rev.* 22, 409 (1923)) que muestra el espectro de la radiación dispersada para tres ángulos de dispersión diferentes. El gráfico A presenta la raya de la radiación incidente, 0.71 Å. Las abscisas son proporcionales a la longitud de onda, y las ordenadas constituyen una medida de la intensidad. En los otros tres gráficos, los picos de la izquierda muestran qué parte de la radiación dispersada tiene la misma longitud de onda que la incidente. Los picos de la derecha corresponden a la radiación dispersada de Compton, con una frecuencia desplazada. El desplazamiento de la frecuencia aumenta con el ángulo de dispersión, de acuerdo con la fórmula de Compton. (Cortesía de *The Physical Review*.)

6.- HIPÓTESIS DE DE BROGLIE: dualidad onda-corpúsculo

En 1924, Louis De Broglie estableció una analogía entre fotones y partículas materiales. Propuso que las partículas, y no sólo los fotones, deberían tener también naturaleza ondulatoria; es decir, toda partícula debe llevar asociada una onda. Formuló así la hipótesis de la dualidad onda-corpúsculo.

Una serie de fenómenos ha permitido intuir el carácter corpuscular de la energía radiante, a la que la Física Clásica únicamente asignaba naturaleza de onda electromagnética. Y así, la nueva Física asocia a una onda electromagnética de frecuencia ν y longitud de onda $\lambda = c/\nu$ un fotón de energía $E_f = h\nu$ y momento lineal $p_f = h/\lambda$ (Hipótesis de Planck).

¿Por qué no asociar asimismo a toda partícula material de masa m y velocidad v , cuya energía total, en términos relativistas, es $E = mc^2$ y cuyo momento lineal es $p = mv$, una onda electromagnética? En cuyo caso, ¿cuál sería la longitud de onda λ y la frecuencia ν asociadas?

Admitiendo las propuestas de Planck y de Einstein, aplicadas al fotón, se tiene:

$$E_f = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad \wedge \quad E_f = mc^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{\lambda} = mc \equiv p_f \quad \lambda = \frac{h}{mc} = \frac{h}{p_f}$$

Esta ecuación, válida en principio para el caso de las ondas electromagnéticas, De Broglie la generaliza a toda partícula en movimiento, estableciendo el siguiente postulado o hipótesis:

“Todo corpúsculo en movimiento lleva asociada una onda cuya longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

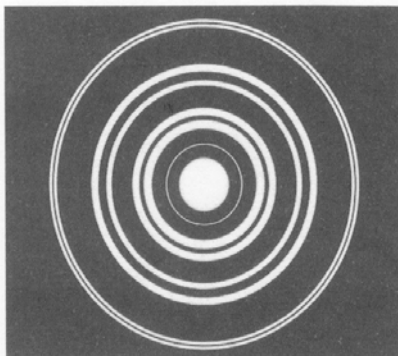
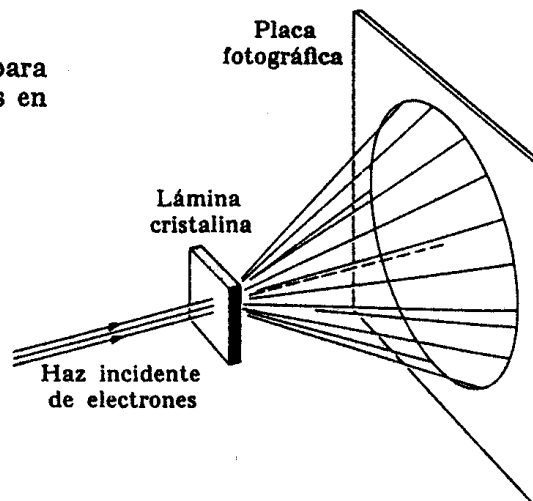
donde m , v y p son respectivamente la masa, la velocidad y el momento lineal del corpúsculo.

Esta hipótesis de De Broglie recibió su plena confirmación hacia 1927-1928, como resultado de experimentos independientemente realizados por C. J. Davisson y L. Germer, en Estados Unidos, y por G. P. Thomson, en Gran Bretaña. En ambos casos se consiguió producir la difracción de electrones con resultados análogos a la difracción de una onda.

Por ejemplo, G. P. Thomson estudió el paso de electrones a través de una fina lámina de material cristalino. Tras atravesar los electrones la lámina, incidían sobre una placa fotográfica. Si los electrones se hubieran comportado como partículas, en el sentido macroscópico, se hubiera observado en la placa fotográfica una imagen borrosa porque cada electrón habría experimentado una dispersión diferente por los átomos de la red cristalina. Sin embargo, el resultado obtenido es idéntico al correspondiente a una difracción de rayos X por sustancias policristalinas. Esta figura de difracción sólo puede atribuirse al comportamiento ondulatorio de los electrones, tal y como preveía la hipótesis de De Broglie.

Así pues, del mismo modo que se asocia un corpúsculo (fotón) a una OEM, habrá que asociar una función de onda a cada partícula. En base a esta hipótesis nace la Mecánica Cuántica Ondulatoria.

Arreglo experimental para observar la difracción de electrones en un material cristalino.



Difracción de electrones en polvo cristalino (cortesía del Dr. Lester Germer).

ACTIVIDADES DESARROLLADAS

1.- Calcular la temperatura superficial del Sol, así como la potencia irradiada por cm^2 de su superficie, sabiendo que la longitud de onda a la cual el espectro solar tiene un valor máximo de la energía emitida es $\lambda_m = 510 \text{ nm}$.

Admitiendo que la superficie solar se comporta como un cuerpo negro, la ley de Wien expresa:

$$\lambda_{\max} T = C \rightarrow T = \frac{C}{\lambda_{\max}} = \frac{2'897 \times 10^{-3}}{510 \times 10^{-9}} = 5680 \text{ K}$$

La ley de Stefan-Boltzmann, por su parte, señala:

$$E = \sigma T^4 = 5'672 \times 10^{-8} \times 5680^4 = 5'90 \times 10^7 \text{ W/m}^2 = 5900 \text{ W/cm}^2$$

2.- Sobre un metal inciden fotones de 500 nm de longitud de onda. Si la longitud de onda umbral de dicho metal es de 612 nm , calcular: a) Si se arrancan o no electrones.- b) En caso afirmativo, la energía cinética de los mismos.- c) La energía de extracción, en eV.

$$\text{a) Fotones, } \lambda = 500 \text{ nm} \rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} = 6,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{Umbral, } \lambda_0 = 612 \text{ nm} \rightarrow \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{612 \times 10^{-9}} = 4'9 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Como $\nu > \nu_0$, la emisión fotoeléctrica sí es posible, pudiendo ser arrancados los electrones.

$$\begin{aligned} \text{b) La energía cinética de los electrones es } E_c &= \frac{1}{2} m_e v^2 = h(\nu - \nu_0) = 6'626 \times 10^{-34} (6'0 - 4'9) \times 10^{14} = \\ &= 7'288 \times 10^{-20} \text{ julios} = \frac{7'288 \times 10^{-20} \text{ J}}{1'6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 0'46 \text{ eV} \end{aligned}$$

$$\text{c) La energía de extracción es } W_0 = h \nu_0 = 6'626 \times 10^{-34} \times 4'9 \times 10^{14} = 3'247 \times 10^{-19} \text{ J} = 2'03 \text{ eV}$$

3.- La energía de extracción del litio es de $2'31 \text{ eV}$. Al iluminar el litio con luz de $6'3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ se emiten electrones, con lo que la placa de metal se carga con un potencial cada vez mayor. Calcular: a) La λ umbral. b) El potencial que debe adquirir la placa para que cese la fotoemisión de electrones

a) Frecuencia y longitud de onda umbrales:

$$W_0 = h \nu_0 \rightarrow \nu_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2'31 \times 1'6 \times 10^{-19}}{6,626 \times 10^{-34}} = 5'58 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \times 10^8}{5'58 \times 10^{14}} = 5'378 \times 10^{-7} \text{ m} = 537'8 \text{ nm}$$

b) Potencial de extracción, V_0 :

$$e V_0 = \frac{1}{2} m v^2 = h(\nu - \nu_0) = 6'626 \times 10^{-34} (6'3 - 5'58) \times 10^{14} = 4'77 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$V_0 = \frac{4'77 \times 10^{-20}}{1'6 \times 10^{-19}} = 0'299 \text{ V} \cong 0'3 \text{ voltios}$$

4.- Calcular con qué velocidad saldrán emitidos los electrones de una superficie metálica sabiendo que la longitud de onda umbral es 6000 Å y que se ilumina con luz de 4000 Å de longitud de onda.

Longitudes de onda: $\lambda_0 = 6000 \text{ Å} = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ Frecuencias: $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$\lambda = 4000 \text{ Å} = 4 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{4 \times 10^{-7}} = 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Según la ecuación de Einstein, $\frac{1}{2} m_e v^2 = h(\nu - \nu_0)$, $v = \sqrt{\frac{2 \times 6.626 \times 10^{-34} \times 2.5 \times 10^{14}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 6.03 \times 10^5 \text{ m/s}$

5.- En una experiencia de laboratorio en la que se analiza la dispersión de un haz de rayos X de 0.8 Å de longitud de onda por un bloque de carbón, se observa la radiación dispersada a 90° del haz incidente. Hallar la longitud de onda del haz de rayos X dispersado y la velocidad de retroceso de los electrones, bajo dicho ángulo de dispersión.

Según la ecuación de Compton:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} (1 - 0) = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.0243 \text{ Å} \Rightarrow \lambda' = 0.8243 \text{ Å}$$

Energía del fotón incidente: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 2.486 \times 10^{-15} \text{ J}$

Energía del fotón dispersado: $E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} = 2.413 \times 10^{-15} \text{ J}$

Energía cinética del electrón dispersado: $\Delta E = E - E' = 7.3 \times 10^{-17} \text{ J}$

Esta energía verifica: $\Delta E = \frac{1}{2} m_0 v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \Delta E / m_0} = 1.27 \times 10^7 \text{ m/s}$

6.- Calcular la longitud de onda asociada a:

a) una pelota de 140g que se mueve con una velocidad de 250 m/s

b) un electrón que se mueve a 5000 km/s

d) un electrón acelerado en un campo eléctrico por una ddp. de 54 voltios

Según la hipótesis de De Broglie, $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

a) $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{0.14 \times 250} = 1.9 \times 10^{-35} \text{ metros} = 1.9 \times 10^{-25} \text{ Å}$

Esta posible onda, de longitud de onda inapreciable, no puede ser detectada con los métodos actuales de observación.

b) $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 5 \times 10^6} = 1.456 \times 10^{-10} \text{ metros} = 1.46 \text{ Å}$

Esta onda puede ser detectada experimentalmente, pues pertenece a la zona del espectro de los rayos X.

c) Velocidad del electrón: $\frac{1}{2} m_e v^2 = e \cdot \Delta V \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 54}{9.1 \times 10^{-31}}} = 4.36 \times 10^6 \text{ m/s}$

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 4.36 \times 10^6} = 1.67 \times 10^{-10} \text{ metros} = 1.67 \text{ Å}$

Como en el caso anterior, la onda asociada al electrón pertenece a la zona de los rayos X.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- Un cuerpo negro tiene una temperatura de 2000 K. ¿Cuál es la energía en eV de los fotones correspondientes a la componente espectral más intensa? **R.: 0'858 eV**
- Una bombilla incandescente posee una temperatura de 2800 K. Calcular la potencia que irradia por unidad de superficie y la longitud de onda máxima de su espectro.
R.: $E = 3'484 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ $\lambda_m = 1035 \text{ nm}$
- Una cavidad, que se comporta como un cuerpo negro, posee un orificio de salida de 1 cm^2 de superficie. Si sus paredes están a 300 K, ¿cuánta energía se emite por el orificio en un minuto y cuál es la frecuencia de la radiación emitida con intensidad máxima?
R.: $E = 2'756 \text{ J}$ $\lambda_m = 9657 \text{ nm}$
- El ojo humano puede percibir luz amarilla ($\lambda = 600 \text{ nm}$) que transfiere a la retina una potencia de $1'7 \times 10^{-8} \text{ W}$. ¿Cuántos fotones por segundo recibe la retina? **R.: $5'131 \times 10^{10} \text{ fotones/s}$**
- En el estudio del efecto fotoeléctrico se realiza la experiencia con dos tipos de fuente luminosa: una fuente A de intensidad I y frecuencia 2ν , y otra B de intensidad I/2 y frecuencia ν . Suponiendo que ν es superior a la frecuencia umbral, razona la respuesta a la pregunta siguiente: ¿Con qué tipo de fuente luminosa se emiten los electrones con mayor velocidad?
R.: La fuente A emite más electrones y más veloces que la B
- Una radiación de 546 nm de longitud de onda penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio. Si la energía de extracción en el cesio es de 2 eV, calcula: a) la longitud de onda umbral del cesio. b) la energía cinética, la velocidad de los electrones emitidos y el potencial de frenado. c) la velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial igual a 100 V. Dato: masa del electrón, $m_e = 9'1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
R.: $\lambda_0 = 622 \text{ nm}$ $E_c = 0'277 \text{ eV}$ $\nu = 3'12 \times 10^5 \text{ m/s}$ $V_0 = 0'28 \text{ V}$ $\nu' = 5'94 \times 10^6 \text{ m/s}$
- La energía cinética máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico depende de:
a) La diferencia de potencial aplicado. b) La intensidad de la luz incidente. c) La frecuencia de la luz incidente. d) La intensidad de la corriente eléctrica producida. Señala la respuesta correcta y razona por qué. **R.: Respuesta c; recordar la ecuación de Einstein.**
- Para extraer electrones del zinc se necesita una energía de 4'5 eV. Se hace incidir una radiación electromagnética sobre el zinc. ¿Qué condición debe cumplir la frecuencia y la longitud de onda de la radiación incidente para que salten electrones del zinc? Razona la respuesta.
R.: $\nu > \nu_0 = 1'087 \times 10^{15} \text{ Hz}$ $\lambda < \lambda_0 = 276 \text{ nm}$
- La energía de extracción de un electrón de una superficie metálica es de 3'5 eV:
a) ¿Cuál es la frecuencia umbral por debajo de la cual no es posible lograr el efecto fotoeléctrico? b) ¿Cuál es la λ de esa radiación? c) Haz un esquema de cómo se produce el efecto fotoeléctrico. **R.: $\nu_0 = 8'452 \times 10^{14} \text{ Hz}$ $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$**
- La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico de cesio es $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$. Si se hace incidir sobre ese metal una radiación de $\lambda = 400 \text{ nm}$, Calcular: a) La velocidad de salida de los electrones del cátodo de una célula fotoeléctrica de cesio por efecto de la radiación. b) El potencial de detención que se debe aplicar para evitar que los electrones lleguen al ánodo. c) Para aumentar la velocidad de salida de los electrones, ¿hay que modificar la longitud de onda de la radiación? **R.: $6'48 \times 10^5 \text{ m/s}$ $1'19 \text{ voltios}$ **Sí (¿por qué?)****

- 11.- Cuando un haz de luz monocromática de longitud de onda $\lambda = 430 \text{ nm}$ incide sobre una superficie brillante de sodio metálico arranca electrones con una energía cinética de 2 eV. Calcular: a) La energía de extracción de los electrones. b) La longitud de onda umbral del sodio. c) La relación entre las energías del fotón incidente y del fotón umbral. d) La velocidad con que llegan los electrones al ánodo cuando son acelerados mediante una diferencia de potencial de 50 V. e) La diferencia de potencial entre los electrodos de la placa para que no llegue ningún electrón al ánodo.

R.: $W_0 = 0'889 \text{ eV}$ $\lambda_0 = 1397 \text{ nm}$ $E_{inc}/E_{umb} = 3'25$ $v = 4'276 \times 10^6 \text{ m/s}$ $V_0 = 2 \text{ voltios}$

- 12.- Cuando se ilumina cierta superficie metálica con la luz de diferentes longitudes de onda, se miden los potenciales de detención que se muestran en la tabla adjunta.

V_0 (volt)	1'48	1'15	0'93	0'62	0'36	0'24
λ ($\times 10^{-7} \text{ m}$)	3'66	4'05	4'36	4'92	5'46	5'79

Representar gráficamente el potencial de detención en función de la frecuencia de la luz y calcular a partir de la gráfica: a) La frecuencia umbral. b) La energía de extracción del metal. c) El cociente h/e . **R.: $\nu_0 = 4'61 \times 10^{14} \text{ Hz}$ $W_0 = 1'91 \text{ eV}$ $h/e = 4'11 \times 10^{-15} \text{ V.s}$**

- 13.- Calcula la longitud de onda de un electrón que se ha puesto en movimiento mediante la aplicación de un campo eléctrico de 1 000 V. **R.: $\lambda = 0'389 \text{ \AA}$**

- 14.- Se tiene un fotón y un electrón, ambos con energía cinética de 1 eV, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda? **R.: $\lambda_f = 12430 \text{ \AA}$ $\lambda_e = 12'3 \text{ \AA}$**

- 15.- Calcular la longitud de las ondas materiales correspondientes a:
a) un electrón de 100 eV de energía cinética. b) Un balón de fútbol que se mueve a 25 m/s, si su masa es de 450 g. **R.: $\lambda_e = 1'2 \text{ \AA}$ $\lambda_b = 5'9 \times 10^{-25} \text{ \AA}$**

- 16.- Al observar el efecto Compton para una longitud de onda incidente de 1 \AA , se obtiene una nueva longitud de onda de $1'0121 \text{ \AA}$. Determinar bajo qué ángulo se hizo la observación, y qué energía cinética posee el electrón en retroceso.

R.: $\theta = 60^\circ$ $E_c = 2'38 \times 10^{-17} \text{ J} = 148'6 \text{ eV}$

- 17.- Observamos el efecto Compton para una longitud de onda incidente de 10 pm bajo un ángulo de 90° . Determinar: a) la longitud de onda observada en el efecto Compton. b) la energía cinética del electrón. c) el momento lineal y la dirección de salida del electrón.

R.: a) $0'1243 \text{ \AA}$ b) $E_c = 3'89 \times 10^{-15} \text{ J} = 24'3 \text{ keV}$ c) $p = 8'51 \times 10^{-23} \text{ kg.m/s}$ $\varphi = 39^\circ$

- 18.- Por término medio, la longitud de onda de la luz visible es de 550 nm. Determinar la energía transportada por cada fotón. Si una lámpara eléctrica de 50 W emite el 2 % de su energía en la región visible del espectro electromagnético, ¿cuántos fotones se emiten por segundo? ¿Qué ocurre con el resto de la energía disipada por la lámpara?

Constante de Planck, $h = 6'63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

R.: $3'616 \times 10^{-19} \text{ J} = 2'26 \text{ eV}$ $2'765 \times 10^{18} \text{ fotones/seg}$